Rozumowania oglądowe a rozumowania sformalizowane

Witold Marciszewski

witold@marciszewski.eu
http://marciszewski.eu
http://calculemus.org

Prolog

It is possible that human thought codes things not in terms of words or syllogisms or signs, for most people think *pictorially*, not verbally. There is a way of writing abstract ideas in a kind of shorthand which is almost orthogonal to the usual ways in which we communicate with each other by means of the spoken or written word. One may call this a "*visual algorithm*".

The process of logic itself working internally in the brain may be more analogous to a succession of operations with symbolic *pictures*, a sort of abstract analogue of the Chinese alphabet – except that the elements are not merely words but more *like sentences or whole stories* with linkages between them forming a meta-logic with its own rules.

Stanisław Ulam, *Adventures of a Mathematician*, 1983

Odczyt zawiera przykłady: (1) rozumowań posługujących się oglądami faktów (“sentences or whole stories”) fizycznych oraz (2) rozumowań posługujących się oglądami faktów abstrakcyjnych (takich, jak np. fakty arytmetyczne).

Intencją jest przekonanie słuchaczy o istnieniu **faktów abstrakcyjnych**. A także postawienie przed problemem: co należy czynić, żeby robot intelektualny umiał przeprowadzać również rozumowania oglądowe, a nie tylko (jak dotąd) sformalizowane?

Czy w tym celu robot musi być „bladawcem” (termin Lema) tj. istotą zbudowaną z białka (jako substancji zdolnej do odczuwania)? Czy może wystarczy, żeby był wyposażonym w czujniki „pęczkiem drutów” (wyrażenie Turinga)?

§1. Odkrywczy ogląd zmyślnego kota

1) Ogląd spostrzeżeniowy: Kot obserwuje, jaką metodę stosuje człowiek, otwierając drzwi.
2) Ogląd pamięciowy: Kot chcąc wydostać się samodzielnie z pokoju, przypomina sobie jak to robi człowiek.
3) Ogląd powstający z przetworzenia punktu 2: Kot porównując różnice rozmiarów między nim i człowiekiem, *wnioskuje* o potrzebie innej metody.
4) Ogląd wyobrażeniowy i **odkrywczy**: Kot wyobrażając sobie przesunięcia klamki w dół innym sposobem niż znany mu z dotąd oglądu 1 – nie przez nacisk od góry, lecz pociągnięcie własnym ciężarem – *wnioskuje*, że to się przyczyni do otwarcia drzwi.
5) Nowy odkrywczy ogląd wyobrażeniowy: zwisając na klamce, Kot *wnioskuje* z tej konfiguracji, że odepchnnięcie się tylnymi łapami od ramy spowoduje otwarcie drzwi.

§2. Odkrywczy ogląd zmyślnego szympansa

Problem: jak strącić owoc zawieszony na wysokości nieosiągalnej dla dłoni, w sytuacji, gdy w pomieszczeniu znajduje się pusta skrzynka i dwa pręty tego rodzaju, że da się jeden przedłużyć drugim.

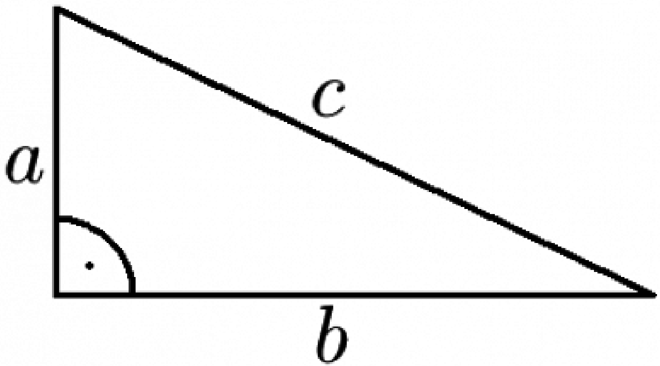
Problem ten rozwiązuje podobnie szympans i człowiek. Zbędność opisu słownego świadczy, że także u człowieka może to być rozumowanie czysto oglądowe.

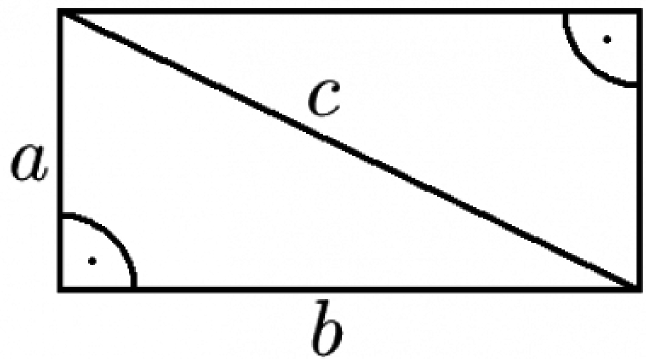
Ale dzięki temu, że nasz język wystarcza do nazwania postrzeganych obiektów, rozumowanie da się zwerbalizować i sformalizować, a sformalizowane przełożyć na język maszynowy. Przykład takiego przekładu w: http://calculemus.org/CA/fil-inform/t7ref.pdf (znajdź: chimpanzee).

Rozumowanie bezsłowne jest z reguły bardziej ekonomiczne (por. „shorthand"). Należyta natomiast werbalizacja, zwłaszcza sformalizowana, czyni rozumowanie sprawdzalnym intersubiektywnie.

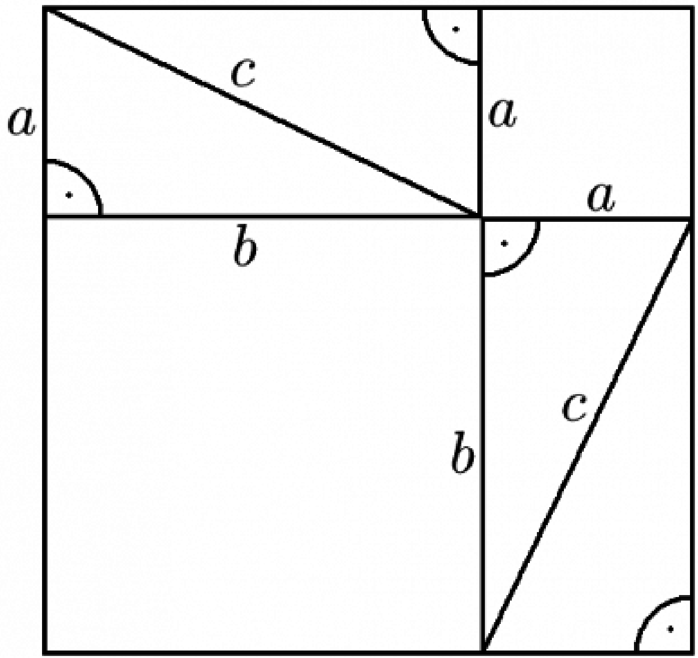
§3. Całkowicie oglądowy dowód twierdzenia Pitagorasa $a^2 + b^2 = c^2$

1. Dany jest w oglądzie trójkąt prostokątny *abc*. Przekształcam go na prostokąt o bokach *a* i *b* przez złożenie z identycznym trójkątem.

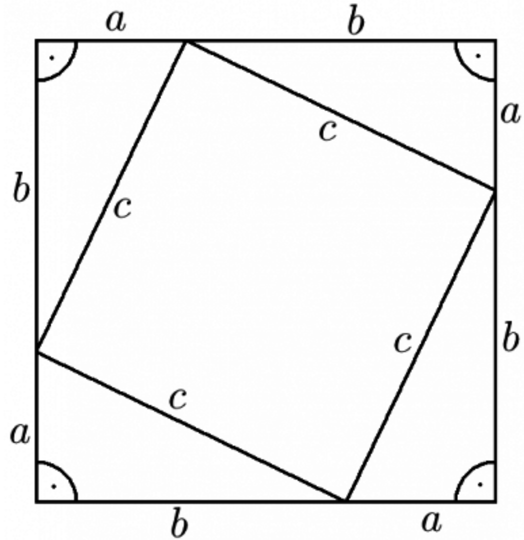




2. Konstruuję kwadrat $K1$ o boku $a + b$ (co widać na pionowej i na poziomej linii wewnątrz). Jest więc pole $K1$ sumą czterech pól trójkątów, kwadratu $a \times a$ i kwadratu $b \times b$.

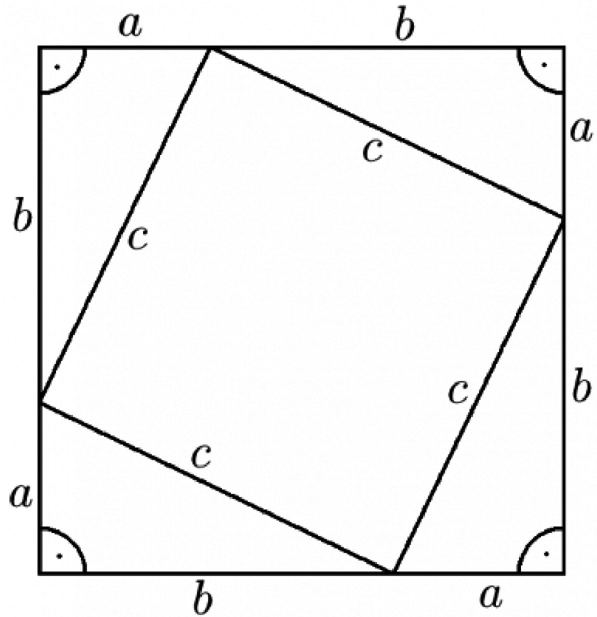


3. Konstruuję kwadrat $K2$ o takim samym polu jak $K1$, umieszczając w każdym rogu kopię trójkąta T w taki sposób, że każda przeciwprostokątna c utworzy bok kwadratu $c \times c$.



4. Od pól kwadratów $K1$ i $K2$ odcinam pola trójkątów. Z pola $K1$ pozostaje suma pól mniejszego i większego kwadratu czyli $a \times a + b \times b$, zaś z $K2$ pole $c \times c$. Gdy wielkości równe odjąć od równych, reszty też są równe. A zatem: $a^2 + b^2 = c^2$.

§4. Oglądowo-rachunkowy dowód twierdzenia Pitagorasa



Widzimy (tj. mamy ogląd), że pole kwadratu większego, o boku $a+b$, a zatem wynoszące $(a+b)^2$, pokrywa się z powierzchnią powstałą z sumy pól: kwadratu mniejszego, o boku c, a więc pola c^2 oraz otaczających go czterech trójkątów, każdy o polu $ab/2$. Zapisujemy ten ogląd jako równość:

$(a+b)^2 = c^2 + 4ab/2$, z której wynika

$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab$, a stąd:

$a^2 + b^2 = c^2$ czyli twierdzenie Pitagorasa.

Morał: szczególnie efektywne bywa połączenie rozumowania oglądowego z symbolicznym, czyli mniej lub bardziej sformalizowanym.

§5. Ogląd zera u źródeł algorytmów rachowania i formalizacji arytmetyki

A1. $\neg(0 = Sx)$

A2. $Sx = Sy \rightarrow x = y$

Reguła indukcji: $\varphi(0)$, $(\varphi(x) \rightarrow \varphi(Sx))$, a zatem $\varphi(x)$

Tw .1) $\neg(S0 = S00)$ tzn. $1 \neq 2$

Dowód:

1. $S0 = SS0$ założenie dowodu nie wprost.
2. $\neg(0 = S0)$ z A1 przez reg. podstawiania: $x/S0$.
3. $S0 = SS0 \rightarrow 0 = S0$ z A2 przez reg. podstawiania: $x/S0$, $y/SS0$.
4. $0 = S0$ z 3, 1 przez reg. odrywania.

Wniosek 4 jest zaprzeczeniem formuły 2, która jako konsekwencja aksjomatu A1 musi być prawdziwa. Toteż formuła 4 jako negacja zdania prawdziwego jest fałszywa; jest więc prawdą to, czemu ona zaprzecza, tj. Tw. 1.

§6. Uwagi w nawiązaniu do „Prologu” i do wpisu w blogu

http://calculemus.org/fli/w-marciszewski/ – Autor km, 3.XI.2015

Interpretacja hipotezy KM. Opis informatyczny struktur myślowych [np. rozumowania zmyślnego kota], skorelowanych ze zjawiskami fizycznymi w mózgu, pozwoliłby przewidzieć wyniki [np. kociego] rozumowania oglądowego, które na innej drodze, ze względu na ich nowość i odkrywczość, są dla obserwatora nieprzewidywalne.

Jeśli dobrze myśl Autora streszczam, to może ją ilustrować następujący przykład. Gdyby w czasie badań Gödla nad arytmetyką wszczepić w jego mózg rejestrator procesów fizykochemicznych, to obserwator (gdyby wiedzą i mocą dedukcji dorównał Demonowi Laplace’a), przewidując nieomylnie ich przebieg na podstawie praw fizyki, znałby z góry wynik Gödla. Mógłby więc opublikować go wcześniej niż sam autor.

Płynie stąd podwójny morał.

Po pierwsze, zachwiałoby to poglądem Turinga (zob. „Prolog”), że dla wyników procesu rozwiązywania problemów istotna jest tylko treść programu, a nieistotne podłoże fizyczne. Okazałoby się, że inaczej zachowuje się „pęczek drutu”, a inaczej żywy organizm.

Po drugie, hipoteza ta rodzi paradoks właściwy koncepcji umysłu łączącej fizykalizm z determinizem. Gdyby przyjąć, że mózg jest maszyną Turinga, której programem jest pewien zbiór praw fizyki, to nie ma miejsca na intelektualną kreatywność. Newton **musiał** sformułować tak a nie inaczej prawo grawitacji, bo proces badawczy w jego mózgu był zdeterminowany prawami fizyki.

Temu kierunkowi myślenia przeciwstawiał się mocno Karl Popper. Zachęcić do refleksji nad jego stanowiskiem powinien „Epilog”.

Epilog: wyznanie wiary indeterministy

> Musimy stanąć wobec faktu, że wszechświat wytworzył życie i twórczych ludzi. [...] Nie wolno nam przymykać oczu na fakt, że wszechświat, który zawiera życie, ma twórczy charakter w najlepszym sensie tego słowa: jest twórczy w tym samym sensie, w jakim za twórczych uznajemy wielkich poetów, artystów, muzyków, jak również wielkich matematyków i wielkich wynalazców.
>
> Karl R. Popper, *Wszechświat otwarty*, 1996 (s. 208)