

WITOLD MARCISZEWSKI

## Głos dyplomowanego humanisty w sprawie nauczania matematyki

Dobrze się stało, że w Politechnice Warszawskiej powstał projekt dydaktyczny pn. *Archipelag Matematyki* adresowany do uczniów szkół średnich z myślą o budzeniu w nich zainteresowań i rozwijaniu uzdolnień matematycznych. Rad też jestem, że mam sposobność uczestniczenia w Radzie Programowej tego projektu, ponieważ mogę w nim reprezentować interes pewnej grupy adresatów, potencjalnych humanistów, a zarazem pewien interes społeczny.

Ten drugi polega na tym, że pomyślność społeczna, czyli wysoki poziom rozwoju cywilizacyjnego, zależy w wielkiej mierze od stosunku humanistów do matematyki. Bo to spośród humanistów rekrutują się głównie ci, co mają wpływ na bieg spraw społecznych: politycy, prawnicy, dziennikarze, eksperci od socjologii i psychologii, kształtujący świadomość społeczną historycy i lingwiści oraz nauczyciele tych przedmiotów itd. Np. ministrowie edukacji, nauki czy kultury to z reguły humaniści, a to oni mają wpływ na strumień środków przeznaczanych na badania związane z matematyką, jej nauczanie szkolne i popularyzację, jak też istniejący wokół niej klimat społeczny.

Interes zaś indywidualny każdego z humanistów polega na tym, żeby opanował matematykę w zakresie tak dużym, jak to jest dla jego umysłowości dostępne, i jak tego czasem wymaga jego specjalność humanistyczna (np. statystyka dla socjologów, teoria mnogości dla filozofów) oraz, *last but not least*, żeby jego wrażliwość humanistyczna mogła też doświadczyć w jakimś stopniu piękna matematyki.

Dla takiego jak ten projektu strategiczną ważność ma pytanie, jaki rodzaj i zakres pamięci jest niezbędny dla kompetencji matematycznej, oraz na ile i jak można taką pamięć kształtować. Stanisław Ulam opowiada w swej autobiografii „Przygody matematyka” (rozdz. 9, s. 207) o chwili, gdy odzyskał przytomność utraconą w ciężkim zapaleniu wirusowym mózgu. „Wszyscy bardzo się obawiali o sprawność mojego umysłu i zastanawiali się, czy odzyskam ją w pełni. Sam też się bardzo martwiłem, czy zdolność myślenia powróci w całości. To oczywiste, że w moim zawodzie całkowite odzyskanie pamięci było sprawą najwyższej wagi.”

Mówiąc o zdolności myślenia, miał Ulam na uwadze nie jakiegokolwiek snucie myśli, choćby nieskładne, ale myślenie logiczne. Zasługuje więc na podkreślenie, jak silny jest w jego przekonaniu związek myślenia logicznego z pamięcią. Korzystając z analogii informatycznej, możemy sprecyzować, że chodzi tu przede wszystkim o pamięć operacyjną, czyli aktywną w trakcie rozwiązywania problemu. Jest ona niezbędna do ogarniania długich ciągów cyfrowych, jak też wielości obiektów, które przekształca się w myślach, wreszcie, dla trzymania w głowie odległych związków między krokami dowodzenia. Zwłaszcza to ostatnie wskazuje na zależność logicznego myślenia od siły pamięci. Mamy stąd już pierwszy wniosek praktyczny, o tym, na jakie może napotykać przeszkody nawet najlepiej skądinąd prowadzone nauczanie matematyki.

Analogia z pamięcią operacyjną komputera nasuwa z miejsca pytanie, czy można ją rozszerzać w głowie ludzkiej. A jeśli, to jak, skoro nie można przez wymianę kostki krzemu. Może być natomiast środkiem zaradczym, i tu możliwości nauczyciela zdają się być większe, coś analogicznego do wymiany oprogramowania na równie efektywne lecz mniej złożone, do którego wystarczy mniejszy zasób pamięci. Oto przykład z logiki. Mniej pamięci operacyjnej w dowodzeniu twierdzeń wymaga system założeniowy i posługujący się wyłącznie dowodami nie wprost (jak tabele semantyczne Betha itp.) niż system aksjomatyczny. W dowodzeniu nie musimy wtedy pamiętać aksjomatów czy innych twierdzeń już dowiedzionych, ani wypróbowywać w pamięci różnych możliwych ich kombinacji pod kątem uzyskania zamierzonej konkluzji. Zaczynamy zawsze od założenia przeczącego temu, co chcemy dowiedzieć i przekształcamy to założenie za pomocą reguł wnioskowania. Którą zaś w danym kroku zastosować regułę, widać „gołym okiem” ze struktury formuły poddawanej przekształceniu w danym kroku. Reguły te są łatwo przyswajalne, ale pod warunkiem uruchomienia pewnych intuicji filozoficznych (jak to widać np. w wywodach E.W.Betha – na temat jego systemu tabel – w „The Foundations of Mathematics”, 1959). I to akurat z pewnymi humanistami może dobrze się udać.

Wchodzą też w grę różne typy umysłowości i twórczości matematycznej, jak to dostrzegli bodaj pierwsi Descartes i Pascal. Potem były słynne uwagi Poincare’go, a bardzo wiele cennych danych znajdujemy

w studium J. Hadamarda „An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field”, 1945 (wersja polska: „Psychologia odkryć matematycznych”, seria Omega, 1964). Ważne uwagi o odkrywczości w matematyce znajdziemy też u Turinga. Tu otwiera się obiecujące pole do poszukiwania miejsc styku między matematyką i umysłowością humanistyczną, którą cechuje właściwość nazwana przez Pascala *esprit de finesse*.

Tę różnorodność typów ilustruje Hadamard, pisząc: „Hermite nie posługiwał się myśleniem konkretnym. Czuł on rodzaj nienawiści do geometrii i pewnego razu zarzucił mi, że napisałem pracę geometryczną” (op. cit., s. 100). Czy można się wobec tego dziwić, że jakiś licealista czuje nienawiść np. do trygonometrii, a łaskawszym okiem spojrzy na inne kwestie?

W świetle tego rodzaju faktów, dość popularny slogan, że dobry nauczyciel każdego nauczy matematyki trzeba uznać za przesąd. Prawda jest taka, że dobry nauczyciel nauczy matematyki każdego, ale do poziomu determinowanego przez wrodzone czy to zdolności czy ograniczenia. Ma przy tym brać pod uwagę, że o ile tych drugich nie da się usunąć jakimś specjalnym treningiem, to trzeba do nich dostosować zakres materiału i poziom wymagań; w przeciwnym wypadku zrodzi się tylko niechęć do matematyki.

Jeszcze jeden wzgląd, który trzeba mieć na uwadze to rodzaj uzdolnień i zainteresowań tego humanisty (potencjalnego, bo mowa o uczniach), do którego adresujemy treści matematyczne. Operowanie pojęciem humanisty jako kategorią najogólniejszą, jest prawie bez treści (a jeśli ma jakąś, to raczej pejoratywną, sugerując matematyczną tępotę). Inna matematyka będzie dobrze przyswajalna w przypadku zainteresowań filozoficznych, inna w przypadku lingwistycznych, a inna socjologicznych; a jeśli byłoby trudno nawiązać np. do historii sztuki, to może dać sobie spokój z takimi próbami. Chyba, że uda się ciekawie pokazać światopoglądowe aspekty matematyki (pitagoreizm etc.), na co żaden myślący humanista nie powinien być niewrażliwy.

Tych kilka uwag ogólnych mógłbym zilustrować przykładem, jakby je zastosować w *Archipelagu* do Logiki Matematycznej i Teorii Mnogości, w części adresowanej do humanistów. Zachęca mnie do tego okoliczność, że mój stopień naukowy określony jest w dyplomie jako doktor habilitowany nauk humanistycznych w zakresie logiki (*noblesse oblige*). Temat to osobny, wymagający podania pewnej dokumentacji dla podbudowania projektu, ale gotów byłbym go podjąć, o ile taka potrzeba wyłoniłaby się z dyskusji, którą inicjuję na blogu Polemiki i Rozmówki, czyniąc tam wpis pod adresem: [blog.marciszewski.eu/?p=1706](http://blog.marciszewski.eu/?p=1706).