Witold Marciszewski

Kalkulacja algorytmiczna i superalgorytmiczna
Dwie notatki do przyszłego szkicu

1. O granicach algorytmicznej rozwiązywalności w naukach społecznych

Motto. *Są chwile, gdy nadmiar kalkulacji oznacza nierobienie niczego, są chwile, gdy przywódca polityczny musi iść za instynktem, który mówi mu, co jest dobre i słuszne.* — Tony Blair[1]

Złożoność struktur i procesów społecznych z natury rzeczy przewyższa złożoność przyrody, choć i tamta bywa oporna wobec algorytmizacji i komputerowej *brute force*. W miarę posuwania się w czasie historycznym, złożoność społeczna, wchłaniając coraz więcej czynników i przybierając na skali, aż po globalną, jest coraz trudniejsza do ogarnięcia. Miarą jednak sukcesu poznawczego teorii empirycznej jest jej przydatność w ekspertyzach, tym większa, im większa złożoność będącego do rozwiązania problemu. W braku teoretycznie ugruntowanych ekspertyz polityk czy menedżer zdany jest na własną intuicję — ów instynkt, o którym mówi motto. Jeśli intuicja jest trafna, świat na tym zyska, ale nie wyjdą dobrze teoretycy; ci udowodnią swą zbędność oferując kalkulacje choćby i obfite, ale nie na miarę wielkości problemu.

Żeby sprostać nowym wyzwaniom, nauki społeczne muszą przejść gruntowną transformację. Jej kierunek i tempo są widoczne w badaniach wielu ośrodków, zwłaszcza w USA. ale odgłosy tego w Polsce są słabe (godnym uwagi wyjątkiem są mające zasięg światowy prace Andrzeja Nowaka). Stąd potrzeba programu badawczego wspartego na odpowiedniej refleksji metodologicznej. Ma się do niej przyczynić obecny szkic, wychodząc od punktu, w którym logiczne zagadnienie rozstrzygalności łączy się z informatyczną problematyką złożoności algorytmicznej.

Logiczne metody badania **rozstrzygalności** problemów, zrazu stosowane w samej matematyce, coraz szerzej znajdują zastosowanie w naukach empirycznych, w tym społecznych. To ostatnie staje się możliwe dzięki powiązaniu wcześniej używanych modeli matematycznych (głównie von Neumanna teorii gier) z nowymi modelami obliczeniowymi, jak te z (zainicjowanej niegdyś przez von Neumanna) teorii automatów komórkowych (por. S.Wolfram: *A New Kind of Science*). W stosunku do problemów rozstrzygalnych powstaje następne pytanie – o ich **dostępność algorytmiczną** czyli obliczeniową (*tractability*), czym zajmuje się informatyczna teoria **złożoności algorytmicznej** (obliczeniowej).

Wykrycie w naukach społecznych problemów nierozstrzygalnych lub takich, które są rozstrzygalne lecz niedostępne algorytmicznie, prowadzi do pytania, czy mimo to jest możliwe rozwiązywanie ich metodami właściwymi naukom ścisłym. W odpowiedzi, rysują się dwie dopełniające się ewentualności: (1) z kręgu informatyki i (2) z kręgu logiki,

1. **Superkomputacjonizm** (J.Copeland i in.) to hipoteza o możliwości kalkulacji superalgorytmicznej czyli znajdowania wartości funkcji nieobliczalnych. Stąd, innym terminem na superalgorytmiczność jeat **hiperobliczalność**. Przekracza to zdolność obliczeniową maszyny Turinga (1936), lecz mieści się w możliwościach abstrakcyjnego urządzenia nazwanego przez Turinga (1939) **wyrocznią**. Toczy się spór, czy wyrocznia jest fizycznie realizowalna; wśród odpowiadających na

[1] Cytowane za artykułem Roberta Bogdańskiego „Wiceprezydent świata”, *Wprost*, 18 maja 2003, s. 105.

"tak" są niektórzy badacze sieci neuronowych i zwolennicy tezy o większej niż moc maszyny Turinga mocy maszyn analogowych. Jeśli hipoteza ta się obroni, przed naukami społecznymi otworzy się perspektywa podejmowania z pomocą informatyki zagadnień, których złożoność przekracza możliwości algorytmów.

2. Dzięki algorytmizacji dowodzenia zarysowała się granica między kwestiami rozwiązywalnymi algorytmicznie i takimi, których rozwiązanie musi być pozostawione intuicji; przykładem drugich – zdanie gödlowskie, a także formuły logiki pierwszego rzędu, których niedowodliwość jest widoczna poprzez intuicyjne rozpoznanie nieskończonego ciągu pętli w konstrukcji drzewa analitycznego. Są to przykłady budzenia lub wzmacniania intuicji dzięki praktykowaniu procedur algorytmicznych. W badaniach społecznych taką praktykę mogą stanowić symulacje komputerowe.

Zakłada się w tym sposobie myślenia, że postępowanie nie-algorytmiczne może stanowić swoisty rodzaj rachowania czyli kalkulowania. Jeśli bowiem istotą rachowania jest znajdowanie wartości jakiejś funkcji, to urządzenie zdolne znajdować wartości funkcji nieobliczalnych należy określić jako rachujące nie-algorytmicznie, a to znaczy – intuicyjnie.

> Z powyższych uwag można wyprowadzić kilka wniosków dotyczących nauczania uniwersyteckiego tych dyscyplin, które wchodzę w grę przy podejmowaniu problemu, jak ma się intuicyjne rozwiązywanie problemu do rozwiązywania superalgorytmicznego: czy można te metody utożsamić? W analogiczny sposób powinny być korelowane programy badawcze tychże dyscyplin, ale ograniczam się do dydaktyki jako prostej egzemplifikacji.
>
> Należy skorelować tematycznie i ułożyć w odpowiedniej sekwencji kursy logiki, metodologii nauk, informatyki i jakieś zagadnienia wybrane socjologii (lub innej dyscypliny społecznej) takie, żeby na ich przykładzie dało się sprawdzać i rozwijać podaną wcześniej wiedzę metodologiczną.
>
> Punktem wyjścia jest logika, niezbędna do tego, żeby dało się nawiązywać w przykładach do jakichś znanych już słuchaczom rozumowań socjologicznych. Przygotowuje ona zarówno do metodologii nauk jak informatyki, które to kursy powinny następować po logice. Następnie pora na praktyczne zastosowania w jakimś merytorycznie ważnym problemie społecznym; na przykład, zagadnieniu stereotypów, mitów i innych wierzeń zbiorowych, które dobrze dają się porównywać i kontrastować z teoriami naukowymi. Inny kierunek zastosowań (równoległy, a nie alternatywny) to takie procesy społeczne, które dadzą się z przekonującym wynikiem symulować komputerowo (np. problem bezrobocia czy negocjacje pracodawców z pracobioracami).
>
> Logika, fundament tej konstrukcji, powinna wykształcić m.in. rozumienie stopni efektywności algorytmu pod kątem czekającego w kursie informatyki rozróżnienia algorytmów wielomianowych, wykładniczych etc., co będzie z kolei potrzebne w komputerowych symulacjach procesów społecznych; odpowiednio wyłożona metoda zerojedynkowa logiki zdań jest idealnym do tego środkiem. Kurs logiki uwieńczony problematyką rozstrzygalności, przygotowującą do kwestii dostępności algorytmicznej, da się przerobić przy zastosowaniu odpowiednich metod dowodowych — łatwych, a zarazem najbliższych procedurom algorytmicznym. Warunki te dobrze spełnia Betha metoda tabel semantycznych czy Smullyana metoda drzew analitycznych.

Realistyczna możliwość wykonywania hiperobliczeń czyli kalkulacji superalgorytmicznych zależy od tego, czy w realnym świecie istnieją urądzenia fizyczne zdolne do takich operacji. (Zagadnienie to, o wielkiej doniosłości filozoficznej, jest podjęte w odczycie z tejże konferencji: Jerzy Mycka, "Empiryczne aspekty teorii obliczalności".) Są podstawy do przypuszczenia, że skoro umysł ludzki jest zdolny do rozwiązywania pewnych problemów w sposób intuicyjny, dla którego nie daje się wskazać żadnego algorytmu (koronny przykład – zdanie gödlowskie), to mózg jako organ umysłu byłby właściwym i realnie istniejącym reprezentantem klasy urządzeń fizycznych zdolnych do superalgorytmicznej kalkulacji. Sprawie tej poświęcona jest następna notatka.

2. Jak ma się mózg do maszyny Turinga

Motto. "It is only proper to realize that language is largely a historical accident. The basic human languages are traditionally transmitted to us in various forms, but their very multiplicity proves that there is nothing absolute and necessary about them. Just as languages like Greek or Sanscrit are historical facts and not absolute logical necessities, it is only reasonable to assume that logic and mathematics are similarly historical, accidental forms of expression. They may have essential variants, i.e., they may exist in other forms than the ones to which we are accustomed. Indeed, the nature of the central nervous system and of the message systems that it transmits indicate positively that this is so. [...] Thus logic and mathematics in the central nervous system, when viewed as languages, must structurally be essentially different from those languages to which our common experience refers." John von Neumann.

Są to ostatnie słowa z ostatniego dzieła von Neumanna *The Computer and the Brain*. Postawiony w nich problem ma wagę testamentu, którego spadkobiercą powinna być filozofia nauki pospołu z logiką i informatyką. Problem powstający na gruncie przytoczonego tekstu, choć trudny, da się wysłowić w trzech krótkich pytaniach.

(1) Czy owej logiki i matematyki centralnego systemu nerwowego dotyczą jakieś limitatywne twierdzenia o nierozstrzygalności?

(2) Jeśli tak, to czy zakres problemów nierozstrzygalnych jest taki sam, jak dla maszyny Turinga?

(3) Jeśli nie taki sam, to jaki?

Myśl o istnieniu swoistej logiki i matematyki mózgu nie jest pewnikiem, nie jest też wynikiem empirycznym. Jest hipotezą filozoficzną w takim sensie, w jakim Karl Popper mówił o *metaphysical research programme*. Stąd, powyższe pytania mają charakter warunkowy: *jeśli* ta hipoteza von Neumanna się potwierdzi, to mamy pytania 1, 2, 3.

Problem modelowania matematycznego i symulacji komputerowej w naukach społecznych wiąże się z hipotezą o swoistości logiki mózgu w sposób następujący. Jeśli okaże się ona mniej niż logika symboliczna podległa twierdzeniom limitatywnym, to nierozstrzygalność lub algorytmiczna niedostępność pewnych problemów nauk społecznych, skutkująca niemożliwością symulacji komputerowych, nie będzie przeszkodą w rozwiązywaniu tych problemów, o ile leżą one w zasięgu możliwości matematyki i logiki mózgu.

Standardowy matematyczny model interakcji społecznych pochodzi od Johna von Neumanna i Oskara Morgensterna (z austriackiej szkoły ekonomicznej, tej samej co F. Hayek – temat Warsztatów 2002). Jest nim teoria gier, która po pół wieku sukcesów wchodzi w fazę nowego rozkwitu dzięki fuzji z teorią automatów komórkowych; ta zaś także pochodzi od von Neumanna (przy wydatnym udziale Stanisława Ulama). Dzięki owej fuzji, pytania o obliczalność (*computability*) i obliczeniową dostępność (*tractability*) problemów z teorii gier dadzą się traktować metodami teorii automatów. Osiągnięto na tym polu znaczące wyniki, np. w sprawie nierozstrzygalności problemu ustalenia się strategii graczy w pewnych wariantach tzw. dylematu więźnia.

Są to wyniki doniosłe metodologicznie, gdy idzie o możliwość symulacji komputerowej interakcji społecznych modelowanych w teorii gier. Nierozstrzygalność pociąga brak algorytmu symulacyjnego, a więc niemożliwość rozwiązania problemu wedle wymogów takiej metodologii, która utożsamia rozwiązywalność z rozstrzygalnością algorytmiczną (jest to metodologia komputacjonistyczna, która wypiera obowiązującą do niedawna w licznych kręgach nauk społecznych metodologię behawiorystyczną).

Powstaje wtedy pytanie: czy otwiera to może furtkę dla dawnego (sto lat, licząc od Maxa Webera) programu tzw. socjologii rozumiejącej? Czy to, co nieuchwytne dla algorytmu może dać się ująć jakąś intuicją? Warunkiem koniecznym, aby pytanie to dało się odtworzyć w języku logiki z informatyką jest powiązanie pojęć intuicji czy rozumienia z wynikami limitatywnymi uzyskanymi w tych dyscyplinach. Mamy więc prawo mówić o intuicji, oznaczając tym słowem jakiś stan umysłu trudny skądinąd do ścisłego określenia, ale dający się zidentyfikować przynajmniej przez przykłady. Koronnym przykładem jest zdanie gödlowskie, którego prawdziwość jest niewątpliwa, co czyni wiarogodnym akt poznawczy będący jego źródłem, a równie niewątpliwe jest to, że ów akt nie polega na stosowaniu algorytmu; w tym kontekście mówili o intuicji Gödel. Post, Mostowski (w zakończeniu *Logiki Matematycznej*). Tak rysuje się pomost między logiką i informatyką a metodologią nauk społecznych.

Powstaje pytanie, czy *intuicja* da się zdefiniować przez odniesienie do pewnej idei Turinga z pracy o logikach porządkowych, 1938 (współfirmowanej przez Churcha). Jest to pojęcie wyroczni (*oracle*) jako hipotetycznego urządzenia potrafiącego znajdować wartości funkcji nieobliczalnych; tym sposobem chciał Turing zdać sprawę z faktu akceptacji takich zdań jak gödlowskie. Jako obiekt idealny i hipotetyczny wyrocznia nie budzi kontrowersji; otwarte jest natomiast i żywo dziś dyskutowane (Hodges, Copeland, Penrose) zagadnienie: czy obiekt taki może istnieć w świecie fizycznym?

Powstaje też równoległe pytanie, czy *intuicja* da się zdefiniować przez odniesienie do domniemywanej przez von Neumanna swoistej logiki mózgu. Znaczyłoby to tyle, że pewne problemy nierozwiązywalne dla algorytmów zapisanych w języku logiki symbolicznej byłyby rozwiązywalne dla mózgu nie posługującego się zapisem symbolicznym; rozwiązywalne w sposób inny niż algorytmiczny.

Stawiając te pytania, zdaję sobie sprawę, że wykraczają one poza te granice, w których można by się kusić o szukanie odpowiedzi we współczesnym stanie nauk empirycznych i matematycznych. Ale jest to nie tylko prawo lecz także obowiązek filozofii – wybiegać pytaniami poza horyzont aktualnej nauki. Jeśliby tego nie czyniła, byłaby jedynie epigonem nauki, a nie jej partnerem zdolnym coś wnieść od siebie do powstającego gmachu wiedzy.