

## Logiczne i arytmetyczne *a priori* w teoriach empirycznych Odpowiedź na głos Władysława Krajewskiego

1. Na początek przypomnę, co głosi radykalny empiryzm w stylu Carnapa [1950]. Nie jest to wprawdzie stanowisko mojego Oponenta (ten jest bardziej umiarkowany), ale przyda się mieć tło mocno kontrastowe.<sup>1</sup>

Carnap umieszcza zdania logiki i matematyki poza obrębem teorii empirycznej. Zalicza je do składni, a więc do metajęzyka teorii. Mianowicie, do reguł przekształcania jednych zdań teorii w inne; wybór zaś składni uważa za kwestię konwencji.<sup>2</sup>

Kwestię roli matematyki dla teorii empirycznej ograniczę tu do arytmetyki. Jest to dział dostatecznie reprezentatywny, a jego rola w badaniach naukowych i w projektach inżynierskich jest dla wszystkich wystarczająco zrozumiała.<sup>3</sup>

Stanowisko które tu reprezentuję to racjonalizm nowoczesny, biorący pod uwagę współczesny stan nauk, jakże odmiennego od stanu z 17 stulecia. Istotnym jego elementem jest świadomość hipotetyczności teorii naukowych poza logiką i matematyką, a także hipotetyczności w pewnych punktach nawet matematyki. Kartezjusz czy Leibniz nie mieli cienia wątpliwości, że poprawnie uzyskana teoria przyrodnicza czy społeczna będzie teorią ostateczną.

Z dawnego racjonalizmu współczesny bierze inspirację, żeby w logice i matematyce widzieć prawdy o realnym świecie. Prawdy wnikałoby do wnętrza teorii empirycznych, a zarazem mające tam pozycję (jak Leibnizjańskie „prawdy rozumu”), która czyni niemożliwym obalenie ich przez zdania obserwacyjne. Oto jak ta inspiracja przekłada się na poszczególne punkty neoracjonalistycznej filozofii nauki.

— R1. W teoriach empirycznych występują prawdy logiki i arytmetyki na poziomie tego samego języka przedmiotowego, w którym jest wyrażona reszta danej teorii.

— R2. W przypadku sprzeczności między zdaniem logiki lub arytmetyki i zdaniem obserwacyjnym należy uznać za fałszywe zdanie obserwacyjne.

— R3. W każdej metateorii teorii empirycznej, także metateorii wyrażającej stanowisko empirystyczne, występują terminy definiowane przez pojęcie wynikania logicznego.

**Ad R1.** Teza ta implikuje stosowanie w logice i arytmetyce tego samego pojęcia prawdy, które obowiązuje w teoriach empirycznych. Nie można wtedy odmówić zdaniom logiki i arytmetyki cechy prawdziwości. A skoro się jej nie odmawia, trzeba uznać, że zdania te o czymś mówią,

---

<sup>1</sup> Odniesienia polemiczne do głosu Krajewskiego odkładam do ostatniego odcinka, dzięki czemu będę mógł robić użytek z poczynionych wcześniej wyjaśnień.

<sup>2</sup> Nasuwa się pytanie, co by się działo, gdybyśmy przyjęli równie umownie inną niż obecna logikę i matematykę. Czy empiryczny obraz świata pozostałby taki sam, czy np. zamiast mechaniki Newtona otrzymalibyśmy jakąś inną? Czy byłby wtedy sens pytać, który obraz jest lepszym przybliżeniem do rzeczywistości?

<sup>3</sup> Zagadnienie obecności całej matematyki w teoriach empirycznych ze znanstwem przedstawia w swych pracach Krzysztof Wójtowicz. W książce [1999, s.155n] zauważa on, iż powiązania wzajemne między działami matematyki i powiązania ich wszystkich z teorią mnogości są tak głębokie, że teoria empiryczna zawierająca któryś z działów matematyki zawiera eo ipso teorię mnogości. Autor pisze: „Na przykład lemat Kuratowskiego–Zorna jest podstawowym narzędziem w wielu działach matematyki. Jest on równoważny pewnikowi wyboru, a więc związki z technikami teoriomnogościowym są tu wyraźne.” (przypis na s. 156).

czegoś dotyczą. Obawa przed tą konsekwencją, gdy się w niej dopatry ktoś platonizmu i gdy z góry przyjmie, że platonizm jest nie do przyjęcia, prowadzi do poglądów takich jak Carnapa: że logika i arytmetyka stanowią jedynie zbiór reguł składni. Proponuję do rozważenia następujący przykład, pomocny do zajęcia w stanowiska w tej kwestii.

Termin „połowa” w odniesieniu do obiektów fizycznych (bryły etc.) występuje zarówno w mowie codziennej jak i w teoriach empirycznych. Żeby go zdefiniować, potrzebujemy, prócz terminów logicznych i arytmetycznych, predykatu „jest składnikiem” (SK) i symbolu funkcji (włk) przyporządkowującej rozważanym obiektom liczby określające ich wielkość. Oto formuła definiująca pojęcie połowy.

[DP] *x jest połową y-ka wtedy i tylko wtedy, gdy:*

$$SK(x, y) \wedge \exists z(SK(z, y) \wedge wlk(x) = wlk(z) \wedge wlk(x) + wlk(z) = wlk(y)).$$

Tego rodzaju formuły pomagają sprawdzić, czy dobrze się rozumie stanowisko empiryzmu (w wersji Carnapa). Czy naprawdę empirysta chce powiedzieć, że podczas gdy predykat „SK” należy do języka pewnej teorii empirycznej, to występujące w tejże formule symbole logiczne i arytmetyczne należą do metajęzyka, mianowicie do składni owej teorii? Byłoby to propozycją wymieszania języka przedmiotowego z metajęzykiem, czego strzeżemy się usilnie przynajmniej od czasu Tarskiego *Pojęcia prawdy*. A gdy dopuścimy do słownika teorii empirycznej terminy logiczne i arytmetyczne, dopuszczamy tym samym do jej pierwszych przesłanek aksjomaty logiki i arytmetyki (dzięki nim owe terminy zostają wyposażone w określony sens).

Próbując, mimo wszystko, odnaleźć racjonalne jądro w empirystycznej strategii redukcji logiki do składni, rozważmy przypadek posłużenia się tautologią logiczną w pewnym rozumowaniu typowym dla teorii empirycznej. Ponieważ w tym przypadku redukcja taka jest możliwa, posłużymy się do postawienia pytania, na ile można ją uogólnić, także gdy idzie o arytmetykę.

W pewnych rozumowaniach falsyfikacyjnych, gdy przytacza się kontrprzykład bezpośrednio obalający jakieś zdanie ogólne, a więc gdy wnioskiem jest negacja danego zdania, wśród przesłanek są zdania obserwacyjne dostarczające kontrprzykładu oraz tautologia logiczna (Prawo Kontrprzykładu):

$$[PK] (P(a) \wedge \neg Q(a)) \Rightarrow \neg \forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)).$$

Poprzednik opisuje w formie koniunkcji zdań atomowych pewien konkretny przedmiot *a*, któremu przypisuje się cechę *P* i odmawia się cechy *Q*, podczas gdy cała implikacja jest tautologią logiki predykatów. Stosując do dwu przesłanek (implikacji i branego osobno jej poprzednika) regułę odrywania, uzyskujemy wniosek:

$$\neg \forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)).$$

Reguła odrywania, z tej racji, że jest regułą, należy do metajęzyka teorii zawierającej wnioskowanie, w którym się ją stosuje. PK natomiast należy (ze względu na dokonaną konkretyzację tautologii) do języka przedmiotowego teorii empirycznej. Można tu jednak dokonać postulowanej przez empiryzm redukcji do metajęzyka. Wystarczy uzupełnić naszą logikę o wtórną regułę wnioskowania, uprawomocnioną przez prawo PK. Wtedy nie trzeba używać konkretyzacji PK jako przesłanki w języku przedmiotowym; wystarczy koniunkcję  $P(a) \wedge \neg Q(a)$  poddać transformacji wedle owej opartej na PK reguły.

Czy ten cząstkowy sukces redukcji logiki do składni da się rozciągnąć na arytmetykę i to w każdym przypadku? Oto pytanie do empirysty. Jeśliby odpowiedź miała być twierdząca, do niego należy *onus probandi*.

**Ad R2.** Przypomnijmy treść tego punktu. *W przypadku sprzeczności między zdaniem logiki lub arytmetyki i zdaniem obserwacyjnym należy uznać za fałszywe zdanie obserwacyjne.*

Jest to pogląd mieszczący się w ogólniejszej koncepcji, którą można by określić jako aprioryzm relatywistyczny. Sądy *a priori* nie są w niej traktowane ani jako nieomyłne ani jako dane z góry i raz na zawsze, przez co koncepcja ta dystansuje się od natywizmu, aprioryzmu kantowskiego, teorii iluminacji czy platońskiej teorii anamnezy.

Zwrot „*a priori*” nie jest w tym ujęciu predykatem jedno- lecz dwuargumentowym: jakiś sąd jest *a priori* względem jakiegoś innego. Na przykład dlatego, że ten pierwszy zajmuje taką pozycję w całokształcie teorii lub nawet w całokształcie wiedzy, że jego odrzucenie byłoby poznawcą katastrofą (popadnięciem w sprzeczność, likwidacją dotychczasowej wiedzy, czy czymś takim), podczas gdy odrzucenie drugiego nie pociąga aż takich skutków. Nie zawsze różnica musi być tak dramatyczna, wystarczy że są jakieś powody żeby jednemu z sądów przyznać priorytet (to słowo wywodzi się też od łac. *prior*).

Aprioryczność tak pojęta jest rodzajem relacji preferencji. R2 postuluje preferowanie zdań logiki i arytmetyki względem zdań obserwacyjnych. Jest to postulat tak oczywisty i powszechny, akceptowany także przez część empirystów, że można pytać, dlaczego ma on być wyznacznikiem stanowiska racjonalistycznego. W intencji jednak racjonalizmu, R2 jest zawężoną (w celu koncentracji na dobrze określonym wątku) wersją szerszego poglądu: że bywają w teorii empirycznej takie zdania, poza logicznymi i matematycznymi, które cieszą się priorytetem w stosunku do zdań obserwacyjnych.

Naiwnym może lecz wyrazistym przykładem takiego priorytetu teorii w stosunku do percepcji zmysłowej jest korekta oszacowań odległości. Nie tylko naukowa lecz także przednaukowa, potoczna, teoria optyczna przyjmuje, że przedmioty odległe widzi się jako mniejsze niż przedmioty bliskie. Jest to wbrew bezpośredniemu doświadczeniu, bo ołówek, który ustawiłem tuż przed oczyma postrzegam jako większy od widzianego na horyzoncie wieżowca. Ale wiedza o świetle i wiedza o prawach postrzegania wzrokowego każe mi odrzucić jako fałszywe bezpośrednie dane doświadczenia. Jest więc w stosunku do nich priorytetowa czyli *a priori*.

Taki racjonalizm relatywistyczny dostarcza metodologii płodnej wskazówki, żeby świadomie i systematycznie (nie poprzestając na rozpoznaniach spontanicznych) określać relacje porządkujące teorię, czyli nadające jej strukturę, wedle tego rodzaju preferencji. Takie uporządkowanie teorii powinno wyprzedzać podejmowanie na jej gruncie nowych badań empirycznych.

**Ad R3.** Punkt ten, przypomnijmy, jest następujący. *W każdej metateorii teorii empirycznej, także metateorii wyrażającej stanowisko empirystyczne, występują terminy definiowane przez pojęcie wynikania logicznego.*

Włączenie go do kanonu neoracjonalizmu nawiązuje do faktu, że istnieje empiryzm, który określa sam siebie jako umiarkowany. Reprezentuje go Władysław Krajewski w swym „Głosie”, gdy pisze, co następuje.

„*Empiryzm metodologiczny* głosi, że metodą sprawdzania prawdziwości naszych sądów jest doświadczenie (obserwacja i eksperyment). Nie dotyczy to nauk formalnych, w których nie stosuje się sprawdzania doświadczalnego, ale nauk o świecie materialnym.”

W kontekście tych zdań Krajewski pisze o charakterystycznej dla nauk empirycznych metodzie H-D czyli metodzie „tworzenia hipotez, dedukowania z nich empirycznych konsekwencji i sprawdzania tychże w doświadczeniu.”

Umiarkowanie naszego empirysty polega na tym, że nie postuluje on empirycznego sprawdzania nauk formalnych, w szczególności (trzymajmy się tego ograniczenia) logiki i arytmetyki. Pozostaje jednak do wyjaśnienia, jak dalece umiar ten wychodzi naprzeciw umiarkowanemu racjonalizmowi, jaki został tutaj naszkicowany. W tym celu trzeba mieć odpowiedź na dwa następujące pytania.

(1) Czy twierdzenia logiki lub arytmetyki występują na poziomie języka teorii empirycznych, czy może są w nim nieobecne? (2) Czy twierdzenia logiki lub arytmetyki występują w języku filozofii nauki, w szczególności, czy występują w filozofii empirystycznej?

Zagadnienie 1 zostało podjęte w odcinku „Ad R2”; pozostaje, już w tonacji polemicznej, poprosić Władysława Krajewskiego o przedstawienie w tej sprawie stanowiska i argumentów współczesnego umiarkowanego empiryzmu. Zagadnienie 2 wyłania się z jego cytowanej wyżej wypowiedzi. Chodzi o zwrot „dedukowanie konsekwencji”. Czy pojęcie dedukcji jest empiryczne? Nie ma co zaprzętać tym pytaniem racjonalisty; jasne jest dlań, że to pojęcie ze słownika metodologicznego nie jest empiryczne, co doskonale się mieści w jego filozofii nauki.

Należy natomiast zapytać empirystę, jaka jest empirystyczna interpretacja pojęcia dedukcji. To bowiem dalekie jest od oczywistości.

Pojęcie dedukcji definiuje się za pomocą pojęcia wynikania logicznego (w sensie Tarskiego), które z kolei zakłada algebrę Boole’a (tabele definiujące operatory logiczne) oraz pojęcie prawdy występujące w interpretacji operatorów logicznych. Przypuśćmy, że nasz empirysta odniósł pełny sukces w eliminowaniu pojęć logicznych i arytmetycznych z języka jakiegokolwiek teorii empirycznej; to jednak nie pociąga sukcesu w pozbyciu się pojęć logicznych z metajęzyka metodologicznego opisującego teorie empiryczne. Na ten drugi trzeba by zapracować osobna. Jaka prowadziłaby do tego droga?

A jeśli empirysta ograniczy swój postulat eliminacji logiki z arytmetyką do teorii empirycznych i nie zechce go podtrzymywać w odniesieniu do metateorii opisującej owe teorie? To by znaczyło, że w tym miejscu ustępuje placu racjonalizmowi. Ten zaś, zdobywszy tak cenny przyczółek, z tym większym impetem będzie nacierał na innych frontach.

---

*Post Scriptum.* W trakcie tych wywodów unikałem wzmianki o ich inspiracji, żeby takim wątkiem osobnym nie odwołać od głównego toku myśli. Forma P.S. dobrze się nadaje, żeby bez naruszania kompozycji tekstu, wspomnieć, czemu i komu tekst ten zawdzięcza ważną myśl.

Istotną dlań inspiracją są idee W.V.O. Quine’a, zaczerpnięte z bezpośredniej lektury i z wielce pomocnych komentarzy Krzysztofa Wójtowicza. Quine nie nazywa swego stanowiska racjonalizmem. On i jego komentatorzy zaliczają je do pragmatyzmu, przy czym pragmatyzm ten ma ostrze anty-empirystyczne, w czym jest sojusznikiem racjonalizmu. Nowoczesny racjonalizm (neoracjonalizm) może bez utraty tożsamości przyswoić sobie ten pragmatyzm Quine’a w filozofii nauki, a z tej podstawy startując, czynić kroki idące dalej niż koncepcja Quine’a (nie czynię ich w dyskusji z Władysławem Krajewskim, bo wystarcza w niej to, co racjonalizm podziela z pragmatyzmem).

Krok dalej idący to rozwinięcie koncepcji ontologicznego zaangażowania (*ontological commitment*) języka w odniesieniu do języków i ontologii bogatszych niż język logiki predykatów z jego ontologią teoriomnogościową. Logika predykatów wystarcza do wyrażenia całej matematyki, a więc i matematycznie ujętej fizyki, ale nie ogarnia tego bogactwa kategorii ontologicznych, z którą ma do czynienia język naturalny i korzystające zeń nauki humanistyczne czy społeczne. W szczególności, różne struktury (inaczej: systemy, układy) w świecie empirycznym, które teoria mnogości w najlepszym razie potrafi podciągnąć pod kategorię zbiorów uporządkowanych w naszym potocznym i w społecznym doświadczeniu jawią się jako indywidua. Para butów jest strukturą, która w moim doświadczeniu dana jest jako indywiduum nie mniej konkretne niż pojedynczy but. Także grupa społeczna czy organizacja jest strukturą, którą trzeba traktować jak indywiduum, bo nie spełnia ona postulatów teorii mnogości, a przy tym istnieje i funkcjonuje w czasie, co nie przysługuje obiektom teoriomnogościowym.

Rozliczne sądy dotyczące struktur nie są empiryczne, gdyż nie są falsyfikowalne za pomocą wzroku, słuchu, węchu itd. Oto wydrukowany tekst jakiegoś rozumowania jest trójwymiarowym (choć bardzo płaskim) przedmiotem, który prócz formy fizycznej ma formę czyli strukturę logiczną. Sąd przypisujący temu tekstowi określoną strukturę logiczną (np. *tollendo tollens*) nie da się obalić żadnym świadectwem zmysłów; jest więc – jeśli użyć podniosłego terminu Leibniza – prawdą rozumu.

Był to przykład struktury statycznej. Co do struktur dynamicznych (bytujących w czasie), szczególnej inspiracji dostarcza ekonomia; dzięki niej nasze codzienne myślenie jest nasycone wyrafinowaną abstrakcją, taką choćby jak ta obecna w pojęciu pieniądza, kursu walut, kredytu itd. Jak np. sfalsyfikować zmysłowo takie zdania, jak to, że tani kredyt powiększa szansę wzrostu gospodarczego, lub też, przeciwnie (jak twierdzi Hayek) tani kredyt powoduje wadliwą alokację zasobów i na dłuższą metę grozi bezrobociem? Gdy dłużej nad tym pomyśleć, to metodologiczny program Ludwiga von Misesa, żeby uprawiać ekonomię jako naukę aprioryczną, na wzór matematyki, przestaje się wydawać surrealistyczny.

Przykłady te naprowadzają na kierunek, w jakim racjonalista rozwija Quine'owską koncepcję zaangażowania ontologicznego. Nie musi on przywiązywać się trwale do języka operującego zmiennymi i kwantyfikacją, choć jest to doskonały punkt startu. Występowanie pewnych wyrażań w roli podmiotu orzekania może pełnić rolę analogicznego kryterium istnienia; trzeba jednak postępować ostrożnie, żeby nie otworzyć furtki fikcjom. Naturalnym zabezpieczeniem jest dowodzenie nieredukowalności: jeśli jakaś kategoria okazuje się niezbędna w myśleniu i mówieniu o świecie i wykaże się jej nieredukowalność do innych, mamy podstawy uważać, że istnieją obiekty z tej kategorii. A gdy sądy o tych obiektach nie podlegają falsyfikacji przez zdania rejestrujące czyste dane zmysłów, jest to moment na racjonalistyczne *ceterum censeo*: istnieje coś w umyśle, czego nie było w zmysłach!

## Odniesienia do literatury

Rudolf Carnap, „Empiricism, semantics and ontology” w: *Revue Internationale de Philosophie* 4, 1950, s. 20-40.

Friedrich Hayek, *Prices and Production*, A. M. Kelley, Fairfield N.J. 1967.

Michał Heller i Janusz Mączka (red.), *Jedność nauki – jedność świata?*, Biblos, Tarnów 2003.

Willard Van Orman Quine, *From a Logical Point of View* [LPV], Harvard University Press, Cambridge, Mass 1953.

— „On what there is” w: LPV.

— „Two dogmas of empiricism” w: LPV.

— „Existence and Quantification” w: Quine, *Ontological Relativity and Other Essays*, Columbia University Press, New York 1969.

Ludvig von Mises, *Human Action. A Treatise on Economics*, Contemporary Books, Chicago 1963.

Krzysztof Wójtowicz, *Realizm mnogościowy. W obronie realistycznej interpretacji matematyki*, Wydział Filozofii i Socjologii UW, Warszawa 1999.

— „Zagadnienie unifikacji teorii matematycznych” w: Heller (red.) etc. 2003.