Filozofia informatyczna i paradygmat Turinga

Kazimierz Trzęsicki

International Center for Formal Ontology
Warsaw University of Technology

17 listopada 2020

Spis treści

Tolle numerum omnibus rebus et omnia pereunt
Odbierz wszystkiemu liczbę, a wszystko przepadnie.

św. Izydor z Sewilli
patron Internetu

Profesorowi Witoldowi Marciszewskiemu
na 90-te urodziny w darze.

Streszczenie

Rozwój nauki dokonuje się nieliniowo, a poszczególne etapy wyróżnia charakterystyczny paradygmat badań naukowych. Według paradygmatu Galileusza właściwym językiem wiedzy jest język matematyki. Według paradygmatu Turinga właściwym językiem wiedzy jest język algorytmiki. Wskazujemy źródła i początki paradygmatu Turinga oraz niektóre problemy, jakie w jego ramach są formułowane i rozwiązywane.

1 Wstęp

Kluczowymi pojęciami filozofii informatycznej są pojęcia informacji, algorytmu i automatu. Gdybyśmy mieli krótko scharakteryzować epokę informatyczną, w której przyszło nam żyć wystarczyłyby trzy terminy: informacja, algorytm, automat.

2 Cyfry i liczby

Używamy cyfr arabskich — w średniowieczu nazywano je hinduskimi, po łacinie — *Indorum.*

Początki używania w Europie arabskiego systemu dziesiętnego wiązane są z Gerbertem z Aurillac (ok. 946–1003). Późniejszym papieżem Sylwestrem II (był nim od 999 r. do swojej śmierci). Sylwester II m.in. ustanawiał organizację kościelną na ziemiach Polan. Przebywał w klasztorach w Katalonii, gdzie były dostępne rękopisy muzułmańskie, w szczególności z Kordoby, ówczesnego centrum intelektualnego. Z powodu umiejętności obliczania był posądzany o konszachty z diabłem. Zachowała się tego ilustracja z 1460 r.

Wybitny matematyk średniowieczny Fibonacci (Leonardo Bonacci, Leonardo z Pizy lub Leonardo Bigollo Pisano) o nauce pobieranej w Algeri pisał (Menninger, 1969, s. 425):

> Ubi ex mirabili magisterio in arte per novem figuris Indorum introductus.
> Gdzie przez wspaniałego nauczyciela zostałem wprowadzony w sztukę za pomocą dziewięciu cyfr hinduskich.

A w dziele z 1202 r. *Liber Abaci* (1202, Cap. I) czytamy:

> Novem figure Indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabic cephirum appellatur, scribitur quilibet numerus.
> Dziewięć cyfr hinduskich to 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Z nimi i ze znakiem 0, który Arabowie nazywają *cipherum*[1], dowolna liczba może być zapisana.

Wybór zasobu cyfr jest istotny dla opracowania algorytmów dla operacji na liczbach. Cyfry rzymskie nie nadają się do algorytmicznego przetwarzania liczb.

Do zapisu liczb (naturalnych) wystarczyłby jeden znak, jedna cyfra. Po prostu zapisu liczby n dokonywałoby się za pomocą powtórzenia n-razy tego znaku. Tego rodzaju zapis jest naturalny. Jak pisze Marciszewski (2011, s. 165) liczenie na palcach było genialnym pomysłem naszych prapradziadów i zauważa, że szympansy choć do nas podobne na to nie wpadły, a to daje do myślenia, jeśli chodzi o ludzki umysł. Liczenie na palcach było powszechne w średniowieczu. Tej sztuki nauczano. Instrukcję znajdujemy w ówczesnych podręcznikach, np. Luca Pacioli *Summa de Arithmetica* (1523) z 1494 r.[2]. Zdaniem Mazura (2014) nasz mózg jest zaprogramowany na liczenie i podobnie jak ruch palcami jest ono sterowane lewym płatem ciemieniowym.

Kiedy jednak przychodzi nam pomyśleć o uniwersalnym sposobie kodowania, to musimy mieć przynajmniej dwa symbole. Zapis binarny okazuje się uniwersalny i łatwy do zaimplementowania w technologii elektronicznej. Dowodzi się, że cokolwiek, co może być zakodowane za pomocą skończonej ilości znaków, może być zakodowane za pomocą dwóch znaków, a więc „0” i „1”.

W każdym zapisie pozycyjnym niezbędna jest cyfra zero. Pojęcie liczby zero jest dziełem Hindusów. Sanskryckie *sunya* (nicość, pustka) jako nazwa zera daje asumpt do odpowiedniej nazwy w języku arabskim a następnie w łacinie. Dlaczego wybitni matematycy Babilonu i całego starożytnego Wschodu — choć mieli jakieś intuicje — a także refleksyjni Grecy i praktyczni Rzymianie nie wynaleźli cyfry zero, a udało się to Hindusom, jest przedmiotem spekulacji. Pomysł cyfry zero mógł mieć związek z pozytywnym rozumieniem niebytu w światopoglądzie Hindusów (Trzęsicki, 1987). W Europie przyjęcie cyfry zero związane było z przełamaniem bariery rozumienia czegoś, co oznacza nicość. Powie van der Waerden (1961):

> The zero is the most important digit. It is a stroke of genius, to make something out of nothing by giving it a name and inventing a symbol for it.
> Zero jest najważniejszą cyfrą. Jest to przejaw geniuszu, aby uczynić coś z niczego, nadać mu nazwę i wymyślić jego symbol.

Zdaniem Barrowa (2000, s. 69) hinduski system rachowania jest prawdopodobnie najbardziej owocną intelektualną innowacją ludzkości w ogóle. Fuller (1982, s. 25–26) twierdzi, że:

> The fifteenth-century Europeans' adoption of Arabic numerals and their computation-facilitating "positioning-of-numbers" altogether made possible Columbus's navigational calculations and Copernicus's discovery of the operational patterning of the solar system and its planets. Facile calculation so improved the building of the ships and their navigation that the ever-larger ships of the Mediterranean ventured out into the North and South Atlantic to round Africa and reach the Orient. With Magellan's crew's completion of his planned circumnavigation, the planet Earth's predominantly water-covered sphericity was proven. The struggle for supreme mastery of human affairs thus passed out of the Mediterranean and into the world's oceans.
> Przejęcie w XV w. przez Europejczyków arabskiej numeracji i jej rachunkowych ułatwień przez „pozycjonowanie liczb", ostatecznie uczyniło możliwymi Kolumba obliczenia nawigacyjne i Kopernika odkrycie uwarunkowań działania systemu słonecznego i jego planet. Ułatwione obliczenia polepszyły budowę statków i ich nawigację tak, że coraz większe statki ze Śródziemniomorza wyprawiały się na Północny i Południowy Atlantyk dookoła Afryki i osiągnęły Orient. Wraz z zakończeniem przez załogę Magellana

zaplanowanego opłynięcia, została dowiedziona kulistość planety Ziemia, która przeważnie pokryta jest wodą. Walka o najwyższe panowanie ludzkich spraw przeszła przez Śródziemnomorze na światowe oceany.

3 Zapis binarny

Idea kodu binarnego nie jest nowością (Ligonnière, 1992), (Trzęsicki, 2006b). Leibniz, tworząc swój system binarny, wskazywał poprzednika w osobie trzynastowiecznego matematyka arabskiego Abdallaha Beidhawy.

Około 1600 r. binarną notację stosował angielski astronom Thomas Harriot. O jego osiągnięciach pisze Shirley (1951):

> Though it is frequently stated that binary numeration was first formally proposed by Leibniz as an illustration of his dualistic philosophy, the mathematical papers of Thomas Harriot (1560–1621) show clearly that Harriot not only experimented with number systems, but also understood clearly the theory and practice of binary numeration nearly a century before Leibniz's time.
> Chociaż często stwierdza się, że system binarny po raz pierwszy formalnie zaproponował Leibniz jako zobrazowanie swojej dualistycznej filozofii, matematyczne teksty Thomasa Harriota (1560–1621) jasno pokazują, że Harriot nie tylko eksperymentował z systemami liczbowymi, lecz także rozumiał jasno teorię i praktykę binarnej numeracji blisko na wiek przed czasami Leibniza.

Podobną opinię ma Ineichen (2008):

> He is probably the first inventor of the binary system, as several manuscripts in his legacy show. In the binary system, he uses the numerals 0 and 1 and shows examples of how to move from the decimal system to the binary system and *vice versa* (*conversio* or *reductio*). Using further examples, he demonstrates the basic arithmetic operations.
> Prawdopodobnie jest on [Harriot] pierwszym pomysłodawcą binarnego systemu, jak pokazuje szereg pozostawionych przez niego manuskryptów. W systemie binarnym używa numerałów 0 i 1 i podaje przykłady jak przejść z systemu dziesiętnego do systemu

> binarnego i *vice versa* (*conversio* lub *reductio*). Podając dalsze przykłady, demonstruje podstawowe operacje arytmetyczne.

Ineichen jako pierwszy tekst na temat systemu binarnego wskazuje opublikowane w 1670 r. dwutomowe dzieło *Mathesis biceps vetus et nova* (1670) autorstwa Juana Caramuela y Lobkowitz (Ioannis Caramuelis). W związku z tymi pracami Harriota i Caramuela stawia się pytanie, czy Leibniz dokonał plagiatu. Na pytanie to udziela się odpowiedzi pozytywnej (Ares, Lara, Lizcano, & Martínez, 2018).

Pierwszego binarnego zakodowania znaków alfanumerycznych dokonał Giuseppe Peano. W latach 1887–1901 zaprojektował abstrakcyjną maszynę stenograficzną opartą na kodowaniu binarnym wszystkich sylab języka włoskiego. Razem z fonemami za pomocą 16 bitów (miał więc 65 536 kombinacji), zakodowane było 25 liter alfabetu (włoskiego) i 10 cyfr. Kod Peany nie został zauważony i był zapomniany.

Zastosowanie kodu binarnego nie było oczywiste. Ukończony latem 1946 r. amerykański ENIAC, inaczej niż kodowane binarnie Z3, ABC i Colossus, bazował na arytmetyce dziesiętnej.

O korzystaniu w komputerach z systemu binarnego ostatecznie przesądził *Burk-Goldstine-Von Neuman Report* z 1947 r., w którym czytamy (Burks, Goldstine, & von Neuman, 1987, s. 105):

> An additional point that deserves emphasis is this: An important part of the machine is not arithmetical, but logical in nature. Now logics, being a yes-no system, is fundamentally binary. Therefore, a binary arrangement of the arithmetical organs contributes very significantly towards a more homogeneous machine, which can be better integrated and is more efficient.

> Dodatkowy punkt, który zasługuje na podkreślenie jest następujący: Ważna część maszyny nie jest natury arytmetycznej, lecz logicznej. Obecnie logika, będąc systemem tak-nie, jest zasadniczo binarna. Dlatego binarne zorganizowanie urządzeń arytmetycznych znacząco wpływa na większą homogeniczność maszyny, która może być lepiej zintegrowana i jest bardziej wydajna.

4 Świat zbudowany z liczb

Idea liczby jako zasady świata ma swego protagonistę w osobie Pitagorasa, który głosił: Liczba jest zasadą, źródłem i korzeniem wszystkich rzeczy (Guthrie & Fideler, 1987, s. 21). Twierdził, że każdej istniejącej rzeczy odpowiada wartość numeryczna, a w średniowieczu wyrażało to scholastyczne: *dictum omne ens est scibile* (wszystkie byty są poznawalne)[3] (Cherry, 2017, s. 135–136). Taka koncepcja liczby jako zasady świata znajduje nowe skojarzenia, kiedy pojawia się idea zera.

Zapoznaniu się z cyframi hinduskimi (arabskimi) — mimo, że jest to system dziesiętny — towarzyszy fascynacja zerem. Zeru nadaje się jakiś wymiar metafizyczny i teologiczny. W napisanym ok. 1143 r. (Menninger, 1958, s. 411) *Kodeksie z Salem* (Cantor, 1865, Epilogus de examinatione omnium specierum, s. 10) czytamy:

> Et sciendum, quod in hoc magnum latet sacramentum. Per hoc, quod sine inicio est et fine, figuratur ipse, qui est vere alpha et ω, id est sine inicio et fine; et sicut 0 non auget nec minuit, sic ipse necrecipit aucmentum nec deterimentum; et sicut omnes numerus decuplat, sic ipse non solum decuplat, sed millificat, immo ut verius dicam omnia ex nichilo creat, conservat atque gubernat.

Potrzeba wiedzieć, gdzie leży wielka i święta tajemnica. Przez tego, kto jest bez początku i końca, sam niezmienny, kto jest prawdziwą alfą i ω, co jest bez początku i końca; i jak 0 nie powiększa, ani nie pomniejsza liczby, do której jest dodane lub, z której jest odjęte, tak sam nie powiększa się ani zanika; i jak wszystkie liczby pomnaża przez dziesięć liczbę, po której jest postawione, tak nie tylko samo powiększa dziesięciokrotnie, lecz tysiąckrotnie i nie tylko, jak prawdziwie mówimy wszystko stwarza z niczego, zachowuje i rządzi tym.

Powyższy tekst inspiruje pytanie o kształt cyfry zero. Nie zaskakuje, że cyfra ta ma kształt okręgu — przecież nic lepiej nie obrazuje czegoś bez początku i bez końca, może kropka. Okręg jednak lepiej wyraża pustkę.

Podejmując kwestię symbolu zera nie unikniemy pytania o kształt litery „o”. Zresztą, zdarza się nam pomylić jedno z drugim, literę z cyfrą. Są różne powody, dlaczego jedno i drugie mają podobne symbole. Amerykanie, w niektórych kontekstach, odczytują cyfrę zero jak literę „o”. Nasze cyfry arabskie mają podobne symbole jak w sanskrycie. Okrąg już w sanskrycie był symbolem nicości, zera, choć początkowo zero oznaczano za pomocą kropki. Nie znaczy to, że nie było żadnych innych symboli. Kształty cyfr, w tym zera, były zmieniane (Cajori, 1993, s. 50–57).

Na dwa wieki przed naszą erą greccy astronomowie stosowali sześćdziesiątkowy system babiloński, co dziedziczymy do dzisiaj. Pisząc liczby używali litery omikron, do oznaczania pustej przestrzeni. W Bizancjum było to zwykle ō (Cajori, 1993, s. 28).

Greckie „o" wywodzi się z fenickiej litery *ayin*, a ta z arabskiej. Jej kształt był inspirowany egipskim hieroglifem oka. Grecy adoptowali ten znak na greckie małe „o", omikron. Znakiem wielkiego „O", omegi jest: Ω. „Ω" wywodzi się z podwójnego omikron: ω. Omikron było też znakiem liczby 70. Kształt „Ω" miałby wzorzec w układzie ust, kiedy głoska ta jest wymawiana. „Ω" była też znakiem liczby 800.

Badania okręgu inspirowały rozwój geometrii, rachunku, astrologii, a w różnych okresach traktowano okręg jako sprawę boską, wiązano z wiedzą tajemną chronioną nawet karą śmierci (Jones, Adams, & Ellis, 2016, Eve Tuck and C. Ree, *A Glosary of Haunting*, s. 657–658). Wiązanie boskości z okręgiem było obecne u wielu ludów.

Przytoczony fragment *Kodeksu z Salem* może wskazywać na to, że brak akceptacji na nazwanie czegoś, czego materialnie nie ma, zniwelowano, wiążąc z zerem coś duchowego. Zero jest „kreatywne", bo ma wymiar duchowy.

Dodajmy, że we współczesna fizyka głosi, że energia grawitacyjna ma przeciwny znak niż wszystkie inne rodzaje energii. Jeśli więc energia grawitacyjna całości kosmosu dokładnie równoważy energię związaną z masami ciał kosmicznych i innymi rodzajami energii, to łączna wartość energii wszechświata jest zerowa. Przed stworzeniem i po stworzeniu bilans energii jest zerowy. Wszechświat może kreować się z nicości. Pierwszym, kto rozważał tę możliwość był Edward Tryon z City University w Nowym Yorku, który pytał: „Is the Universe a Vacuum Fluctuation?" (1973). Hawking i Mlodinow w *The Grand Design* objaśniają powstanie świata bez hipotezy Boga. Piszą (2010, s. 180):

> Because there is a law such as gravity, the universe can and will create itself from nothing. Spontaneous creation is the reason there is something rather than nothing, why the universe exists, why we exist. It is not necessary to invoke God to light the blue touch paper and set the universe going.
> Ponieważ jest prawo takie, jak grawitacja, wszechświat może i będzie tworzyć sam siebie z niczego. Spontaniczna kreacja jest

racją tego, że jest raczej coś niż nic, dlaczego istnieje wszechświat, dlaczego my istniejemy. Nie jest konieczne przywoływanie Boga, aby zapalić lont i poruszyć wszechświat.

Greckie myślenie matematyczne było geometryczne. Jako liczby nie pojmowali nie tylko nicości, lecz również jedności. Liczba była wielością. Kiedy mówimy — po polsku — że jest czegoś wiele, to rozumiemy, że tego czegoś są przynajmniej dwa egzemplarze.

Zauważmy, że współczesnym języku potocznym określenie czegoś lub kogoś jako zera jest negatywne.

W styczniu 1697 Leibniz wraz z życzeniami urodzinowymi do swego protektora księcia Rudolfa Augusta z Brunszwika (Herzog von Braunschweig-Wolfenbüttel Rudolph August) przesłał list[4], w którym omawia system binarny i ideę stworzenia z 0 jako nicością i 1 jako Bogiem (Swetz, 2003).

Dla Leibniza (1697) nicość i ciemność odpowiadają zeru, zaś promieniujący duch Boga odpowiada jedynce. Uważał bowiem, że wszystkie kombinacje powstają z jedności i nicości, co jest podobne temu, gdy mówi się, że Bóg uczynił wszystko z niczego i że były tylko dwie zasady: Bóg i nicość. Zaprojektował medal, którego motywem przewodnim było *imago creationis* i *ex nihil ducendis Sufficit Unum*. Jedynce odpowiada Słońce, które promieniuje na bezkształtną ziemię, zero.

Koncepcja, że wszystko jest stworzone z 0 i 1 jest powodem, dla którego twórca algorytmicznej teorii informacji Chaitin — jak pisze nie całkiem na serio — proponuje nazwać podstawową jednostkę informacji nie „bit” lecz „leibniz” (G. J. Chaitin, 2004; Trzęsicki, 2006a):

> [...] all of information theory derives from Leibniz, for he was the first to emphasize the creative combinatorial potential of the 0 and 1 bit, and how everything can be built up from this one elemental choice, from these two elemental possibilities. So, perhaps not entirely seriously, I should propose changing the name of the unit of information from the bit to the leibniz!

> [...] cała teoria informacji wywodzi się z Leibniza, ponieważ on pierwszy podkreślił kreatywny kombinatoryczny potencjał bitu 0 i 1 , i jak wszystko może być zbudowane przez ten jeden elementarny wybór, z tych dwu elementarnych możliwości. Tak, być może nie całkiem na serio, powinienem zaproponować zmianę nazwy jednostki informacji z bit na leibniz!.

Jednostka „leibniz” mogła by być jednostką (parcel), o której pisał Hobbes.

Leibniz był przekonany, że świat urządzony jest zgodnie z zasadami matematyki. Myśl tę skrótowo wyraża zdanie (1890a, s. 191)[5]:

> Cum Deus calculat et cogitationem exercet, fit mundus
> Gdy Bóg przemyśliwa rzeczy i rachuje, staje się świat.

Matematyka jest narzędziem Konstruktora świata a liczby są materiałem, z którego świat jest stworzony.

Współcześnie ideę świata jako stworzonego z przedmiotów matematycznych, Mathematical Universe Hypothesis, głosi kosmolog Max Tegmark (2008, 2014). Przedmioty matematyczne istnieją w ‘platońskim niebie’. Dla wszechświata są bardziej podstawowe niż atomy i elektrony.

5 Nowoczesne przyrodoznawstwo

Idea matematyczności świata legła u podstaw nowoczesnego przyrodoznawstwa, a początki zwykło wiązać się z wystąpieniem Galileusza, który głosił, że księga natury zapisana jest językiem matematyki.

Ukształtowanie nowoczesnego paradygmatu nauki w zakresie tego, co nazywano wówczas „filozofią naturalną”, w istocie było wskrzeszeniem koncepcji Archimedesa (Heller, 2013, s. 71, s. 77). Ta idea trwa też w średniowieczu. Roger Bacon (ur. ok. 1214, zm. 1292) w *Opus Majus* (2010) podkreśla, że:

> Et harum scientiarum porta et clavis est Mathematica.
> A poza tym matematyka jest bramą i kluczem do nauk.

Galileusz uzasadnia heliocentryzm, powołując się na egzegezę Biblii opartą na doktrynie św. Augustyna, w szczególności jego *De Genesi ad litteram*[6] (Sibley, 2013, s. 73). Jednak jako pierwszy mówi, że księga natury powinna być czytana raczej za pomocą narzędzi matematycznych aniżeli tych, które ma filozofia scholastyczna. Księga przyrody została napisana językiem matematyki, zatem musi być interpretowana przez matematyków, a nie przez teologów. Księga natury jako matematyka zawiera niepodlegające dyskusji prawdy.

Galileusz (1623, s. 4) głosi, że:

> Filozofia [tj. fizyka] jest zapisana w tej wielkiej księdze — mówię o wszechświecie — która stale stoi przed naszym wzrokiem, lecz

> nie może być zrozumiana dopóki ktoś pierwszy nie nauczy się rozumieć języka i interpretować znaków, którymi jest napisana. Jest napisana językiem matematyki, a jej znakami są trójkąty, okręgi i inne figury geometryczne, bez których po ludzku nie jest możliwe zrozumienie jednego słowa z niej; bez tego, wędruje się wkoło w ciemnościach labiryntu.

Galileusz powie, żeby się uczyć języka matematyki, bo jest językiem, którym mówi Bóg (Wouk, 2010; Strogatz, 2019). Dodajmy, że matematyczność przyrody postrzega jako jej geometryczność — taka była tradycja pitagorejska. To zmieni dopiero Kartezjusz, algebraizując geometrię.

Newton tworzy rachunek różniczkowy i całkowy, bo jest to język, którym napisana jest księga natury. Rachunek różniczkowy i całkowy tworzy również Leibniz. Na marginesie dodajmy, że Newton zarzucił mu plagiat. Tak się jednak składa, że Leibniz, geniusz tworzenia symboli (Mazur, 2014, The Symbol Master, s. 165–168) — mając większe zrozumienie dla wyboru języka — nadał swojej wersji taką reprezentację językową, która zaowocowała rozwojem, co nie powiodło się w przypadku ujęcia proponowanego przez Newtona. Babbage, twórca mechanicznego pierwszego programowalnego komputera, dostrzegając w zakresie rachunku opóźnienie matematyki angielskiej w stosunku do francuskiej, podjął się tłumaczenia tekstów francuskich z matematyki (Trzęsicki, 2006c). Pisał (1864, 2008):

> Under these circumstances it was not surprising that I should perceive and be penetrated with the superior power of the notation of Leibniz.
> W tych okolicznościach nie było nic zaskakującego, że powinienem pojąć i rozważyć z najwyższą uwagą notację Leibniza.

Dla Newtona i innych filozofów tego okresu matematyczne wyrażenie filozoficznych koncepcji obejmowało również naturalne ludzkie relacje: te same prawa poruszały fizyczną i duchową rzeczywistość. Dla ludzkich zachowań wskazywano modele matematyczne. W przypadku Pascala jest to np. słynny zakład: racjonalna osoba powinna żyć jak gdyby Bóg istniał. Jeśli Bóg nie istnieje, to osoba ta ma skończone straty (jakieś przyjemności, luksus, itp.), a zyskać może nieskończenie wiele (nieskończone szczęśliwe życie w niebie) i uniknąć nieskończonych strat (wieczność w piekle). Zakład jest pierwszym przykładem formalnego wykorzystania teorii decyzji.

Leibniz matematycznie modeluje stworzenie i tworzenie świata (1679, 1697), (Trzęsicki, 2006c, 2006b). Za Hobbesem głosi koncepcję myślenia jako rachunku: *cogitatio est calculatio* (Leibniz, 1666). To wszystko jest spójne z koncepcją Boga jako tego, który rachując stwarza świat. Matematyka jest narzędziem Konstruktora świata a liczby są tworzywem, z którego świat jest uformowany. Jest to Bóg, którego logika jest taka sama jak człowieka.

Zdaniem Keplera również anioły poruszają planety zgodnie z modelem matematycznym.

Ideę Boga (Boga Spinozy) jako „matematyka" głosi Einstein (Infeld, 1980, s. 279):

> God does not care about our mathematical difficulties. He integrates empirically.
> Bóg nie martwi się naszymi matematycznymi trudnościami. On całkuje empirycznie.

Jest to (Heller, 2014, s. 41):

> Fundamentalna hipoteza, przyjmowana milcząco w samej metodzie współczesnych zmatematyzowanych nauk empirycznych [która] głosi, że w materialnym świecie nie ma niczego, czego nie dałoby się opisać matematycznie.

Poszerzenie idei matematyczności natury na inne dziedziny głosiło wielu, np. Condorcet mówił o zastosowaniu rachunku różniczkowego i całkowego do nauk społecznych i politycznych. Polityka stałaby się wówczas racjonalna.

W okresie przed rewolucją naukową, wychodzono z założenia, że natura jest racjonalna, bo Bóg, jej stwórca, jest racjonalny. Po rewolucji odkryto racjonalność natury w niej samej. Badanie natury nie jest już poznawaniem Boga. Natura jest mechanizmem. Bóg jest inżynierem. Byłby złym inżynierem, a nie jest, gdyby nieustannie angażował się w działania tego mechanizmu. Ostatecznie, staje się zbyteczny.

6 Idea algorytmu

Idea algorytmu przenika wszelkie nauki, a piękno algorytmicznego ujęcia koreluje z łatwością rozumienia.

Różne algorytmy były używane jeszcze przed naszą erą. Babilońscy matematycy już ok. 2500 r. p.n.e., a egipscy ok. 1500 r. p.n.e. obliczali iloraz algorytmicznie. Grecy matematycy korzystali z sita Eratostenesa dla znajdowania liczb pierwszych, a z algorytmu Euklidesa dla znajdowania największego wspólnego dzielnika. W IX w. Arabii używano algorytmów kryptograficznych dla deszyfracji.

Nazwa „algorytm" wywodzi się od nazwiska urodzonego na terenach obecnego Uzbekistanu matematyka perskiego Abu Abdullaha Muhammada ibn Musy al-Chuwarizmiego, a raczej jego zlatynizowanej wersji „al-Chwarizmi" (Knuth, 1997, s. 1). Łacińskie „algorithmus" powstało z kombinacji „algorism" i greckiego „arithmós" (liczba) (Marciszewski, 1981, s. 14). „Algorithmus" (algorismus) oznaczało wykonywanie operacji arytmetycznych na liczbach zapisanych cyframi arabskimi w odróżnieniu od wykonywania tych operacji na liczbach zapisanych cyframi rzymskimi.

Robert z Chester, który był pierwszym tłumaczem na łacinę dziś już zaginionej książki al-Chwarizmi (1969, s. 411), swój przekład — odnaleziony w XIX w. — zaczyna słowami:

> *Dixit Algoritmi: laudes deo rectori nostro atque defensori dicmus dignas.*
> Algoritmi powiedział: niech pochwalony będzie Bóg, nasz Pan i Wspomożyciel.

Około 1143 r. (Menninger, 1958, s. 411) dokonane zostało streszczenie dzisiaj znane jako *Kodeks z Salem* (*Salem Codex*) (Cantor, 1865). Na początku czytamy:

> *Incipit liber algorizmi: omnis sapientia sive scientia a domine Deo; sicut scriptum est: Hoc quod continent omnia scientiam habet, et iterum: Omnia in mensura et pondere et numero constituisti.*
> Wstęp do księgi algorytmu. Wszelka mądrość i wszelka wiedza pochodzi od Boga naszego Pana; jak jest napisane: [Mdr 1:7] Ten, który ogarnia wszystko ma pełnię wiedzy, i dalej: [Mdr 11:20] Wszystko urządził według miary i liczby, i wagi!

Jak zauważa się (Cantor, 1865, s. 14, przypis 1) zastosowana forma gramatyczna dowodzi, że autor nie miał świadomości, że chodzi o nazwisko. Tu nazwa „algorizmi" została po raz pierwszy — w zachowanym piśmiennictwie — użyta na oznaczenie procedury.

Zastanawiające, czy autor *Kodeksu z Salem* odwołuje do wszechogarniającej wiedzy Boga, aby było wzniośle, bo taki był obyczaj, czy ma jakieś przeczucie roli i miejsca algorytmów w dziele stworzenia. Jeśli to drugie, to można wskazywać go jako tego, kto antycypował podstawową ideę filozofii informatycznej, czyli, że zmianami w świecie kierują algorytmy.

W wierszu łacińskim napisanym dla potrzeb dydaktyki, a przypisywanym Aleksandrowi de Villa Dei (Alexander de Villedieu) *Carmen de Algorismo* lub *Algorismus metricus*[7] czytamy:

> Hinc incipit algorismus.
> Haec algorismus ars praesens dicitur in qua
> Talibus Indorum fruimur bis quinque figuris
> 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1,
> Tu zaczyna się algorytm.
> Ta nowa sztuka jest nazwana algorytmem, w którym
> z tych dwukrotnie pięciu cyfr
> 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1,
> od Hindusów czerpiemy taką korzyść.

Zauważmy, że kolejność wskazywania cyfr jest różna do tej, do której jesteśmy przyzwyczajeni. Jest tak dlatego, że Arabowie, jak to jest u Semitów, pisali i czytali z prawa na lewo. Postępujemy z prawa na lewo, wykonując np. pisemne dodawanie, czyli postępujemy inaczej niż w zwykłym sposobie pisania i czytania.

Nazwy liczb odczytujemy z lewa na prawo, a więc, np. 21 — czytamy dwadzieścia jeden. Jednak nazwy liczb począwszy od 11 a skończywszy na 19, również jako „końcówki” zapisu większych liczb, wypowiadamy odwrotnie niż odczytujemy. W języku niemieckim ta praktyka obejmuje jeszcze liczby od 21 do 99. W Turcji po reformach Atatürka nazwy liczb, również tych od 11 do 19 odczytywane są zgodnie z kolejnością cyfr z lewa na prawo (Voigt, 2008, s. 113). Zgodnie z taka zasadą „13” odczytywalibyśmy: dziesięć trzy. Byłoby więc analogicznie, kiedy „23” odczytujemy: dwadzieścia trzy (a po niemiecku jest: drei und zwanzig, czyli trzy i dwadzieścia).

Na pytanie, dlaczego niektóre nazwy liczb odczytywane są w innej kolejności niż są pisane znajduję odpowiedź dotyczącą języka niemieckiego (Gerritzen, 2008, Das Stellenwertsystem und Jakob Köbel).

W pierwszym drukowanym podręczniku w języku niemieckim wydanym w 1482 r. jego autor nie podał sposobu odczytywania arabskich nazw liczb dwucyfrowych. W książce Jakoba Köbela wydanej w 1517 r. (Hergenhahn,

2008) podawany jest sposób odczytywania takich nazw, np. 21 — „zwentzigeins”, „zwanzigeins” (Gerritzen, 2008, s. 24). Rozstrzygnięcia dokonał Marcin Luter (Gerritzen, 2008, s. 24):

> In der Übersetzung der Bibel ins Deutsche schloss sich Luther dem Vorschlag von Köbel für Zahlenbenennungen nicht an, wodurch sich die verdrehte Zahlensprechweise etabliert hat. Man kann aber annehmen, dass Köbel versucht hat, Luther für seine Zahlensprechweise zu gewinnen. Auch Adam Ries, der ab 1522 zahlreiche Rechenbücher herausbrachte, blieb bei der verdrehten Sprechweise. [...] Aus diesem Gründen blieb es bei einer unvollständingen Reform, in der nur die Schreibweise, aber nicht die Sprechweise von Zahlen verändert wurde.
> Kiedy Luter przekładał Biblię na niemiecki nie zgodził się z propozycją Köbela w sprawie nazw liczb, dlatego ustalił się odwrotny sposób wymawiania liczb. Można przyjąć, że Köbel próbował namówić Lutra na swój sposób wymawiania liczb. Także Adam Ries, który od 1522 r. wydawał liczne podręczniki rachunków, pozostał przy odwrotnym sposobie mówienia. [...] Z tych powodów nie została skończona reforma, która miała zmienić nie tylko sposób pisania, lecz także mówienia.

Dodajmy, że Lothar Gerritzen założył *Zwanzigeins*[8], towarzystwo na rzecz zmiany dotychczasowego sposobu odczytywania w języku niemieckim nazw liczb.

Rozumienie zapisu:

$$a_n a_{n-1} \ldots a_0$$

dokonuje się według wzorca:

$$a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \cdots + a_0 10^0,$$

a zatem w wykładnikach (na pozycjach potęg dziesięciu) jest porządek wyznaczony naturalną kolejnością liczb z prawa na lewo. Pełna realizacja porządku z lewa na prawo — w jakim zwykliśmy czytać — byłaby, gdyby kolejność cyfr w zapisie była dokonana według wzorca, jaki stosuje się do wypowiadania (ale nie do zapisywania) liczb dwucyfrowych w języku niemieckim:

$$a_0 10^0 + a_1 10^1 + \cdots + a_n 10^n.$$

Taki zapis byłby zgodny z „niemieckim” sposobem wypowiadania nazw liczb dwucyfrowych i dwucyfrowych końcówek.

$$24$$

wypowiadalibyśmy: dwa i czterdzieści. A

$$356$$

wypowiadalibyśmy: trzy i pięćdziesiąt, i sześćset. Zapis ten nie zmuszałby do zabiegu, który musimy wykonać dla obecnego zapisu, a mianowicie policzenia ilość cyfr. W zapisie tym potęga dziesiątki byłoby zgodna z kolejnością w zapisie z lewa na prawo, a nie odwrotnie, jak jest obecnie (i jak zostanie).

Ten dłuższy komentarz na temat odczytywania nazw liczb przybliża ideę, że algorytmy pozostają w związku ze sposobem kodowania informacji. Inaczej mówiąc, zmiana sposobu kodowania może wiązać się ze zmianą algorytmu. Może być tak, że ta zmiana jest radykalna — jak można przypuszczać — jak jest to w przypadku algorytmów fizycznych przetwarzających kod biologiczny. Dodajmy za Marciszewskim (2011, s. 199–200), że przez algorytmy fizyczne rozumiemy algorytmy sterujące przetwarzaniem informacji, dokonującemu się w rzeczywistości fizycznej — te, które przetwarzają informację składającą się na świat — w odróżnieniu od algorytmów symbolicznych, które piszemy i za pomocą, których komputery przetwarzają informację przez nas zakodowaną. Algorytmy naturalne realizują obliczenia naturalne. Obliczenia poznawcze, te, których my dokonujemy, przeprowadzamy za pomocą algorytmów symbolicznych.

Algorytmy nie tylko powinny — co jest oczywiste — być poprawne, czyli dawać na wyjściu prawdziwy wynik, ale nadto jak mówi Knuth (1997, s. 7):

> [. . .] we want good algorithms in some loosely defined aesthetic sense. One criterion [. . .] is the length of time taken to perform the algorithm [. . .] Other criteria are adaptability of the algorithm to computers, its simplicity and elegance, etc.

> [. . .] chcemy dobrych algorytmów w pewnym luźnie określonym sensie estetycznym. Jednym z kryteriów [. . .] jest długość czasu, jaki zabiera wykonanie tego algorytmu [. . .] Innymi kryteriami są adaptowalność programu do komputerów, jego prostota i elegancja, etc.

Chaitin (2005, s. 27) precyzuje pojęcie elegancji programu:

> [...] a program is 'elegant,' by which I mean that it's the smallest possible program for producing the output that it does.

> [...] 'elegancki' program to taki, który, tak rozumiem, jest najmniejszym możliwym programem dla wytworzenia danych wyjściowych.

Jednocześnie dodaje, że:

> I'll show you can't prove that a program is 'elegant' — such a proof would solve the Halting problem.
> Pokażę, że nie możemy dowieść elegancji programu — taki dowód byłby rozwiązaniem problemu stopu.

Piękno algorytmów naturalnych jak i ich dostępność dla ludzkiego umysłu jest dziedziczona przez algorytmy symboliczne.

Definicja algorytmu jest dziełem matematyków i logików XX w. Potrzeba takiej definicji ujawniła się w związku z programem Hilberta, który postulował tworzenie matematyki przez formalne przekształcenia reprezentacji wiedzy matematycznej. Te przekształcenia miały być takie, aby nie było sporu co do ich poprawnej realizacji. Ponadto, co jest jasne, miały prowadzić od twierdzeń matematycznych do twierdzeń matematycznych, czyli w ten sposób miała być wykluczona ewentualna sprzeczność, jeśli wyjściowe dane nie były sprzeczne. Przynależność jakiegoś zdania do zbioru twierdzeń miała być rozstrzygana formalnie. Takie postawienie sprawy wymagało sprecyzowania metody formalnej, która byłaby narzędziem realizacji takiego przedsięwzięcia. Wśród propozycji — które okazały się równoważne — szczególne uznanie znalazła koncepcja opracowana przez Alana Turinga zwana dzisiaj maszyną Turinga. Algorytm to procedura, która jest wykonywalna za pomocą maszyny Turinga.

Choć koncepcja tak określonego algorytmu odniosła sukces, nie oznacza to, że zaprzestano — w tym sam Turing (1950) — rozważania nad modyfikacją pojęcia algorytmu.

Dodajmy, że (angielskie) słowo „computer" jeszcze w XIX w., a nawet w 1936 r. — kiedy Turing opublikował *On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem* (1936–37) — było używane na wskazanie urzędnika, który wykonywał uciążliwe numeryczne obliczenia (Copeland, Bowen, Sprevak and, & Wilson, 2016, s. 446). Tak rozumiane „computer” oznaczałoby rachmistrza. Teksty po polsku, w których „computer” przekładane jest na „komputer” pozbawione są ewentualnych skojarzeń obecnych w tekstach anglojęzycznych. W szczególności kojarzenie „computer” z „rachmistrz” ma znaczenie dla rozumienia tekstów Turinga.

7 Rzeczywistość a informacja

Wszystko, co wiemy jest informacją[9]. To, co poznajemy jest informacją. Jak pisze Floridi (2008, s. 370):

> Reality in itself is not a source but a resource for knowledge.
> Sama rzeczywistość nie jest źródłem, lecz zasobem wiedzy.

Nie poznajemy niczego, co nie jest informacją. Jak stwierdza Wolfram (2002, s. 389):

> [M]atter is merely our way of representing to ourselves things that are in fact some pattern of information, but we can also say that matter is the primary thing and that information is our representation of that. It makes little difference, I don't think there's a big distinction — if one is right that there's an ultimate model for the representation of universe in terms of computation.
> Materia jest jedynie naszym sposobem reprezentacji sobie rzeczy, które w istocie są wzorcami informacji, lecz możemy też powiedzieć, że materia jest rzeczą pierwotną a informacja jest naszą jej reprezentacją. To czyni małą różnice, i nie myślę, że jest to duże rozróżnienie — jeśli ma się rację, że istnieje ostateczny model reprezentacji wszechświata w terminach komputacji.

Pozyskiwana informacja musi być jakoś reprezentowana. Reprezentacja umożliwia jej przechowywanie, komunikowanie i przetwarzanie. Każda informacja może być kodowana zero-jedynkowo. Sposób reprezentacji podporządkowany jest celowi, czemu ma służyć. Jak ujmuje to John Wheeler (1989):

> every physical quantity, every it, derives its ultimate significance from bits, binary yes-or-no indications.
> każda fizyczna wielkość, wszystko co jest, wywodzi swoje ostateczne znaczenie z bitów, binarnego tak-lub-nie.

Ta idea wyrażona może być skrótowo: it from bit, gdzie „it” to to, co istnieje, a „bit” odnosi do informacji.

Zuse (2012) rozwijając koncepcję zdygitalizowanych relacji przestrzennych, ideę rozumienia wszechświata jako komputera, pojęciu informacji przypisuje istotną rolę:

> In current expanded usage, the term “compute” is identical with “information processing.” By analogy, the terms “computer” and “information-processing machine” may be taken as identical.
> W bieżącym poszerzonym zastosowaniu, termin „obliczać” jest identyczny z „przetwarzać informację”. Przez analogię jako identyczne mogą być wzięte terminy „komputer” i „maszyna przetwarzająca-informację”.

Zuse był pierwszym kto zasugerował, że stany fizyczne wszechświata są obliczane przez sam wszechświat. Wskazywał na automaty komórkowe. Koncepcję automatów komórkowych opracował von Neumann w związku ze swoimi poszukiwaniami podobieństw między komputerami a centralnym systemem nerwowym (von Neumann, 1963, 1958; von Neumann & Burks, 1966; Shannon, 1958).

Informacja może być przetwarzana algorytmicznie. Arystoteles, tworząc sylogistykę tworzy formalny system przetwarzania informacji. Ta idea rozwijana jest w logice formalnej. Zwykle wskazuje się na Leibniza, jako tego, który podkreślał i wiązał rozwój wiedzy z zastosowaniami rachunkowego przetwarzania informacji.

Jeśli myślenie jest rachunkiem, a świat stworzony jest z liczb, to do wszelkiej prawdy, do której możemy dojść, dojdziemy drogą rachunkową. Zatem (Leibniz, 1890b, t. 7, s. 200)[10]:

> *Quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos Computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo (accito si placet amico) dicere: c a l c u l e m u s.*
>
> Gdyby spór powstał, dysputa między dwoma filozofami nie wymagałaby większego wysiłku niż między dwoma rachmistrzami. Wystarczyłoby bowiem, aby wzięli ołówki w swoje ręce, usiedli przy swoich tabliczkach i jeden drugiemu (z przyjacielem jako świadkiem, gdyby zechcieli) powiedzieli: P o l i c z m y.

Teza ontologiczna o świecie jako stworzonym przez 1 za pomocą 0 otworzyła nowe perspektywy dla połączenia koncepcji informacji z metafizyką. Zachwalając swoją arytmetykę binarną Leibniz (1990) twierdził:

> *tamen ubi Arithmeticam meam Binariam excogitavi, antequam Fohianorum characterum in mentem venirent, pulcherrimam in ea latere judicavi imaginem creationis, seu originis rerum ex nihilo per potentiam summae Unitatis, seu Dei.*
> jednak gdy wymyśliłem moją arytmetykę binarną, zanim zaznajomiłem się z symbolami Fohy, uznałem w nich najpiękniejszy obraz stworzenia, czyli pochodzenia rzeczy z niczego dzięki najwyższej mocy Jedności, czyli Boga.

Idea ta tak bardzo fascynowała Leibniza, że przekazywał ją ojcu Grimaldi, matematykowi na dworze cesarza Chin w nadziei, że za jej pomocą doprowadzi do nawrócenia cesarza a wraz z nim chrystianizacji całych Chin (Leibniz, 1697).

Rachowanie jest czynnością, w której maszyna może zastąpić człowieka. W 1685 r., omawiając wartość dla astronomów wymyślonej w 1673 r. przez siebie maszyny liczącej sprawniejszej niż pascalina i wykonywującej wszystkie podstawowe działania arytmetyczne pisał (Davis, 2001, Rozdz. I: Leibniz's Dream), (Leibniz, 1929, s. 181), że:

> For it is unworthy of excellent men to lose hours like slaves in the labor of calculation which could safely be relegated to anyone else if the machine were used.
> Nie jest godne wspaniałego człowieka tracić godziny jak niewolnicy w pracy rachunkowej, która bez obaw może być przekazana komukolwiek, gdyby użyć maszyny.

Charles Babbage, kiedy wraz z kolegą przygotowywał tablice matematyczne, zauważając mnóstwo błędów sfrustrowany miał wykrzyknąć (Swade, 2002):

> I wish to God these calculations had been executed by steam!
> Na Boga, chciałbym te rachunki powierzyć parze!

Konrad Zuse w wywiadzie z Uta Merzbach w 1978 mówił, że kiedy przyszło mu wykonywać żmudne rachunki inżynierskie, myśl[11]:

> It's beneath a man. That should be accomplished with machines.
>
> To nie jest dla człowieka. To powinno być wykonane przez maszyny.

motywowała go do pojęcia prac nad skonstruowaniem komputera (Copeland et al., 2016, s. 449).

Ten pragmatyczny argument z powyższymi argumentami natury metafizycznej może inspirować informatykę i rozwój jej narzędzi w kierunku sztucznej inteligencji. Wszelka prawda ma bowiem reprezentację liczbową, a myślenie jest reprezentowane przez operacje liczbowe, a to wszystko może wykonać maszyna.

Idea mechanicznego pozyskiwania wiedzy, *ars combinatoria*, mająca dawne korzenie, a w Europie propagowana i rozwijana przez lullystów, czyli tych, którzy nawiązywali do koncepcji Rajmundusa Lullusa (Trzęsicki, 2020b, 2020a), musiała być w XVII w. popularna, jeśli znajdujemy również literackie odniesienia do niej. Jonathan Swift, Irlandczyk, dwadzieścia jeden lat młodszy od Leibniza, w 1726 r. w *Gulliver's Travels* (1892, 2020) literacko obrazuje taki zamysł:

> The first professor I saw, was in a very large room, with forty pupils about him. After salutation, observing me to look earnestly upon a frame, which took up the greatest part of both the length and breadth of the room, he said, "Perhaps I might wonder to see him employed in a project for improving speculative knowledge, by practical and mechanical operations. But the world would soon be sensible of its usefulness; and he flattered himself, that a more noble, exalted thought never sprang in any other man's head. Every one knew how laborious the usual method is of attaining to arts and sciences; whereas, by his contrivance, the most ignorant person, at a reasonable charge, and with a little bodily labour, might write books in philosophy, poetry, politics, laws, mathematics, and theology, without the least assistance from genius or study."
>
> Pierwszy profesor, którego ujrzałem, znajdował się w wielkim pokoju, otoczony przez czterdziestu uczniów. Po przywitaniu się, gdy spostrzegł, że bardzo uważnie oglądam wielką machinę zabierającą większą część pokoju, zapytał, czy nie budzi we mnie zdziwienia, że trudni się udoskonaleniem wiadomości spekulacyjnych za pomocą operacji mechanicznych. Pochlebia sobie, że

świat uzna ważność jego wynalazku i że wznioślejsza myśl nigdy w głowie człowieka nie powstała. Wiadomo, jak trudno przychodzi każdemu człowiekowi nauczyć się kunsztów i umiejętności, lecz dzięki jego wynalazkowi człowiek najbardziej nawet niewykształcony potrafi niewielkim kosztem i po lekkim ćwiczeniu ciała pisać książki filozoficzne, poetyczne, rozprawy o polityce, teologii i matematyce bez najmniejszej pomocy naturalnych zdolności lub nauk.

8 Pojęcie paradygmatu i jego implementacje

Termin „paradygmat” wywodzi się z greki: παράδειγμα (parádeigma), co przekłada się na „przykład”, „wzorzec”, „szablon” lub „model wyjaśnienia”, „widzenie świata”, „światopogląd”. Termin „paradygmat” spopularyzował Thomas Kuhn w książce *Struktura rewolucji naukowych* (1968, 2011). Jednak termin ten był już używany przez Platona w *Timajosie* na oznaczenie modelu, wzorca, którego użył Demiurg, tworząc kosmos.

W metodologii przez „paradygmat” rozumie się wzorzec rozumowania lub postępowania badawczego w (dojrzałej) dyscyplinie naukowej.

Paradygmat obejmuje filozoficzne i metodologiczne założenia powszechnie i trwale przyjmowane przez uprawiających naukę na jakimś jej etapie rozwoju. Wiedzę dzieli się na paradygmatyczną, czyli naukową, i preparadygmatyczną, czyli przednaukową.

Paradygmat jest wzorcem uprawiania nauki. Nowy wzorzec, paradygmat, odrzuca jako (już) nienaukowe niektóre problemy starej nauki, i nadaje nowy sens tym, które pozostają w nowej nauce. Ponadto, co jest istotne, rozwiązuje problemy, z którymi nauka w uprzedniej wersji paradygmatu sobie nie radziła i wyznacza nowe pytania.

Galileusz głosił — co doprowadziło do wyznaczenia różnego od arystotelesowskiego paradygmatu nauki — że księga natury jest napisana językiem matematyki, dlatego ten język jest właściwy do jej poznania i rozumienia. Matematyczne przyrodoznawstwo uprawiane jest zgodnie z paradygmatem Galileusza.

Zauważmy, że w czasach Galileusza stan wiedzy matematycznej był daleki od tego, jaki jest współcześnie. Matematyka w czasach Galileusza jest różna od tej, którą stosuje dzisiejsza nauka. Rozwój matematyki był sprzężony z postępem przyrodoznawstwa. Na przykład, Newton dla potrzeb swojej

„filozofii naturalnej” tworzy rachunek różniczkowy i całkowy.

Tworzenie nauki zgodnie z paradygmatem Galileusza zaowocowało nie tylko głębszym poznaniem świata przyrody, lecz również przyniosło owoce w postaci technologii, co pociągnęło rozwój przemysłu, a także zmiany stosunków społecznych (Marciszewski & Stacewicz, 2011, s. 141–148).

Filozofia informatyczna głosi, że księga rzeczywistości naturalnej zapisana jest językiem algorytmiki i ten język jest właściwym językiem wiedzy o zarówno zjawiskach przyrodniczych jak i o wszelkich innych dostępnych poznawczo człowiekowi w porządku naturalnym. To podejście wyznacza nowy paradygmat. Nazywamy go „paradygmatem Turinga”.

Paradygmat Turinga nie stoi w sprzeczności z paradygmatem Galileusza, raczej go uściśla i modyfikuje. Jednak ma właściwe dla paradygmatu konsekwencje unieważniając pewne problemy przede wszystkim w obszarze biologii, psychologii oraz socjologii i otwiera perspektywy badań, które — mówiąc swobodnie — nie były widoczne lub nie tak były widoczne z perspektywy paradygmatu Galileusza, jak np. problematyka umysłu, życia społecznego i gospodarczego (Marciszewski & Stacewicz, 2011, Informatyczny sposób myślenia o zagadnieniach społecznych).

Paradygmat Turinga ma w swoim zasięgu nie tylko przyrodoznawstwo, ale wszystko to, co tradycyjnie nazywano filozofią naturalną. Paradygmat Turinga daje możliwości kompleksowych badań samoorganizujących się systemów adaptacyjnych, bez względu na ich typ (fizykalne, biologiczne, społeczne) (Dodig-Crnkovic, 2013).

9 Świat tworzony przez algorytmy

Pojęcie algorytmu jest podstawowe dla paradygmatu Turinga. Nie znaczy to, że pojęcie to jest ostatecznie zdefiniowane i zamknięte na zmiany oraz modyfikacje. Podobnie, jak matematyka w przypadku paradygmatu Galileusza, jest żywe i sprzężone z rozwojem badań. Napisze Marciszewski (2011, s. 164):

> Intuicja intelektualna oraz pomysłowość uczonego są tym, dzięki czemu mogą powstawać nowe algorytmy, które na tyle wzmocnią system informatyczny, że problemy w poprzedniej fazie nierozstrzygalne staną się możliwe do rozstrzygnięcia w sposób algorytmiczny. W nowym systemie powstaną nowe problemy nierozstrzygalne, ale znów jest szansa na pokonanie trudności dzięki twórczej

> intuicji. Okazuje się więc, ze proces poznawania świata matematycznego z udziałem maszyn nigdy nie zamknięty w sensie posiadania ostatecznych wyników, ale nigdy też nie jest zamknięty w sensie niemożności dalszego rozwoju. Możliwy jest rozwój w nieskończoność.

Turing nie tylko podał definicję algorytmu, maszyny Turinga, lecz również wskazał nowe obszary dostosowania pojęcia algorytmu do potrzeb badawczych.

Turing — przynajmniej wśród tych, którzy mieli dorobek naukowy w zakresie algorytmiki — był pierwszym, kto powziął ideę paradygmatu, który określamy jako informatyczny. *Computing Machinery and Intelligence* (1950) może być wciąż źródłem inspiracji w tworzeniu i rozwijaniu paradygmatu informatycznego. Kończąc rozważania w *Computing Machinery and Intelligence* (1950, s. 64) zauważa niedogodności systematycznej metody rozwiązania i pisze:

> We may hope that machines will eventually compete with men in all purely intellectual fields. But which are the best ones to start with? Even this is a difficult decision. Many people think that a very abstract activity, like the playing of chess, would be best. It can also be maintained that it is best to provide the machine with the best sense organs that money can buy, and then teach it to understand and speak English. This process could follow the normal teaching of a child. Things would be pointed out and named, etc. Again I do not know what the right answer is, but I think both approaches should be tried.
> Możemy mieć nadzieję, że maszyny ostatecznie będą współzawodniczyć z ludźmi na wszystkich czysto intelektualnych polach. Od czego jednak najlepiej zacząć? Nawet to jest trudną decyzją. Wielu sądzi, że najlepsze byłoby bardzo abstrakcyjne działanie, jak gra w szachy. Można także utrzymywać, najlepsze byłoby pozyskanie maszyny z najlepszymi organami sensorycznymi, jakie można kupić i uczenie, jak rozumieć i mówić po angielsku. Ten proces postępowałby jak zwykłe uczenie dziecka. Wskazywane byłyby rzeczy i nazywane, etc. Znowu nie wiem, jaka jest właściwa odpowiedź, lecz myślę, że trzeba spróbować obu podejść.

W tej heroicznej fazie dziejów informatyki — jak określa to Marciszewski (2011, s. 165) — oprócz Turinga istotny wkład wnosi von Neumann, kładąc podwaliny paradygmatu informatycznego. Von Neumann poszedł dalej — choć tym samym śladem co Turing — w postulowaniu rozumienia algorytmu. W niedokończonej, pisanej przed śmiercią książce *The Computer and the Brain* (1958) bada algorytmy, których nośnikiem byłoby żywe białko.

Rozważania możliwości sztucznej inteligencji, którą mogłaby przejawiać maszyna zbudowana według reguł i zasad paradygmatu mechanicystycznego, prowadzą do konkluzji, że jako taka nie dorówna inteligencji tej, którą przejawiają organizmy żywe (Trzęsicki, 2016).

Do tej heroicznej fazy dziejów należy również Konrad Zuse, `http://www.konrad-zuse.de`. Był pionierem informatyki, choć jego nazwisko jest mniej powszechnie znane. Zuse już w latach 40-tych zbudował pierwszy w pełni programowalny komputer Z3. Język programowania Plankalkül wyprzedzał to, do czego inni doszli później. Dodajmy, że skala i wartość osiągnięć technicznych Zuse jest dyskutowana (Copeland et al., 2016, s. 448).

Zuse w (1967) jako pierwszy mówi o wszechświecie jako sieci komputerowej. Nie ogłasza, że ma pełną teorię wszystkiego w postaci jakiegoś algorytmu liczącego wszechświat, lecz w tym tekście jako pierwszy jasno formułuje taką ideę. Wyniki swoich dalszych przemyśleń opublikował w (1969, 2012). Wspomina (Zuse, 2010):

> Es geschah bei dem Gedanken der Kausalität, dass mir plötzlich der Gedanke auftauchte, den Kosmos als eine gigantische Rechenmaschine aufzufassen. Ich dachte dabei an die Relaisrechner: Relaisrechner enthalten Relaisketten. Stößt man ein Relais an, so pflanzt sich dieser Impuls durch die ganze Kette fort. So müßte sich auch ein Lichtquant fortpflanzen, ging es mir durch den Kopf. Der Gedanke setzte sich fest; ich habe ihn im Laufe der Jahre zur Idee des "Rechnenden Raumes" ausgebaut. Es sollte freilich dreißig Jahre dauern, ehe mir eine erste konkrete Formulierung der Idee gelang.

> Kiedy myślałem o przyczynowości nagle ogarnęła mną myśl, aby pojąć kosmos jako jakąś gigantyczną maszynę liczącą. Myślałem przy tym o kalkulatorze przekaźnikowym: kalkulatory przekaźnikowe zawierają łańcuchy przekaźnikowe. Wzbudzi się jeden przekaźnik, to ten impuls będzie przekazywany przez cały łańcuch. Tak musiałyby być przekazywane kwanty światła — przeszło mi przez głowę. Myśl ta opanowała mnie; w przeciągu lat rozbudo-

> wywałem ideę “Rechnenden Raumes” (przestrzeń obliczeniowa). Trwało to właściwie trzydzieści lat, zanim doszedłem do jakiegoś konkretnego sformułowania.

Dopiero po 40-tu latach po jego śmierci idee świata jako komputera zaczęły wzbudzać zainteresowanie. Zaczęły być publikowane m.in. w *Scientific American* i *Spektrum der Wissenschaft* teksty takie, jak: „Czy wszechświat jest Wielkim Komputerem?”, „Czy Wszechświat jest Komputerem?”.

Kończąc „Rechnender Raum” (1967, s. 344) wymienia paradygmatyczne różnice między mechaniką klasyczną, mechaniką kwantową a swoją koncepcją Rechnender Raum:

lp.	**Fizyka klasyczna**	**Fizyka kwantowa**	**Przestrzeń obliczeniowa**
1.	mechanika punktu	mechanika falowa	teoria automatów, algebra przełączników
2.	korpuskuła	fala-korpuskuła	stan przełącznika, cząstka cyfrowa (Digitalteilchen)
3.	analogowe	hybrydowe	cyfrowe
4.	analiza	równania różniczkowe	równania różnicowe i algebra Boole’a
5.	wszystkie wielkości ciągłe	niektóre wielkości skwantowane	wszystkie wielkości mają tylko wartości dyskretne
6.	żadnych granic wartości	poza prędkością światła żadnych granic wartości	minimalne- i maksymalne wartości wszystkich wielkości
7.	nieskończona dokładność	relacja nieokreśloności	ograniczona dokładność rachunków
8.	przyczynowość w obydwu kierunkach czasu	tylko statystyczna przyczynowość: rozwiązanie tylko uprawdopodobniające	przyczynowość tylko w przyszłość, możliwe wprowadzenie terminów uprawdopodobniających, ale nie konieczne
9.		klasyczna mechanika wprowadzona jako statystyczna	prawa uprawdopodobniające fizyki kwantowej wyjaśniane przez strukturę przestrzeni
10.		formuły bazowe	przełączniki bazowe

Choć teza, że świat jest wielkim komputerem jest dyskusyjna (Copeland et al., 2016, Zuse thesis, Examining Zuse’s thesis), to wskazane różnice między paradygmatami są interesujące z punktu widzenia filozofii informatycznej.

Turinga nie ograniczał swojego myślenia do kwestii informatycznych. Nie tylko szukał wiedzy na temat umysłu. Jego badania obejmowały również świat przyrody. Nie bez racji może być zakwalifikowany jako filozof przyrody (Hodges, 1997). Przykładem dociekań według paradygmatu, który tu określamy jako paradygmat Turinga są badania, których wyniki zawarł w *The Chemical Basis of Morphogenesis* (1952).

Według mechanicyzmu wszystko co jest i dzieje się w przyrodzie może być wyjaśniane za pomocą pojęć i praw mechaniki, ewentualnie mechaniki kwantowej. Według filozofii informatycznej wszystko, co jest przedmiotem poznania naukowego może być wyjaśnione jako algorytmiczne przetwarzanie informacji, analogicznie do działania maszyny Turinga i jej modyfikacji oraz uogólnień, czyli za pomocą pojęć i praw algorytmiki. Obliczenia we wszechświecie, obliczenia naturalne, wykonywane byłyby na wielu różnych poziomach organizacji: kwantowym, biologicznym, przestrzennym itd. Niektóre obliczenia byłyby dyskretne, niektóre ciągłe (Lesne, 2007).

Różnicę między jednym a drugim, między paradygmatem Galileusza a paradygmatem Turinga, można wskazać obrazowo: w koncepcji nauki w paradygmacie Galileusza świat jest dziełem Inżyniera mechanika, a w koncepcji nauki w paradygmacie Turinga świat jest dziełem Programisty.

Celnie, z uwzględnieniem kontekstu historycznego, paradygmat Turinga można scharakteryzować słowami Marciszewskiego (2011, s. 153), który w miejsce Leibniza stwierdzenia: *cum Deus calculat et cogitationem exercet, fit mundus* stawia: *cum mundus calculat, fit mundus*, gdy świat rachuje, staje się świat. A może, zachowując analogię — mając na uwadze tłumaczenie „*cum Deus calculat et cogitationem exercet, fit mundus*" jako „gdy Bóg rachuje i wciela swe myśli w czyny, powstaje świat" — powiedzieć: *cum mundus calculat et algorithmum exercet, fit mundus*? „*Cum mundus calculat et algorithmum exercet, fit mundus*" tłumacząc, jako „gdy świat rachuje i wykonuje algorytmy, staje się świat". Świat Galileusza został obliczony, a świat Turinga na podstawie aktualnego stanu sam rachuje swój stan przyszły (G. Chaitin, 2007, s. 13).

W dyskusji Marciszewski pyta, czy zwroty „*calculat*" i „*algorithmum exercet*" są w paradygmacie Turinga równoznaczne, a przynajmniej równozakresowe. Jeśli tak, to ich stosunek trzeba by oddać nie przez „*et*", ale (np.) „*id est*". I rozważa, o co chodzi Leibnizowi, gdy po „*calculat*" dodaje „*et cogitationes exercet*". Czy nie uważał on, że myślenie Boga utożsamia się z rachowaniem? To po co byłby ten dodatek? Dodajmy, że ten ostatni postawiony przez Marciszewskiego problem jest tematem wielu rozważań, a Louis

Couturat wybrał jako motto swojego fundamentalnego tekstu o logice Leibniza właśnie skróconą postać „*cum Deus calculat ... fit mundus*” (Couturat, 1901). Gdyby pozostać przy skróconej wersji myśli Leibniza, to „cum mundus algorithmum exercet, fit mundus” wprost wyrażałoby ideę filozofii informatycznej.

W świecie Galileusza trwa wieczny ruch określony przez prawa fizyki. Sam świat pozostaje wieczny i niezmienny. Świat nie jest jednak wieczny: ma początek i będzie miał koniec. Nie jest niezmienny: ewoluuje. Darwin wykazał ewolucję świata ożywionego. Współczesna fizyka stwierdza historyczność, ewoluowanie świata materialnego. Historia uczy o ewolucji świata społecznego.

Prawa mechaniki mówią o poruszaniu się kół, trybów i innych części maszyny, nie mówią o tym, że sama maszyna się zmienia. Ona po prostu jest zanurzona w świecie przestrzenno-czasowym. Prawa algorytmiki mówią o przetwarzaniu nie tylko części, składowych świata, lecz również (całego) świata.

10 Paradygmat algorytmiczny w nauce

Rozważmy przykładowe kwestie, których ujęcie w paradygmacie Turinga jest różne od ujęcia w paradygmacie Galileusza.

10.1 Czy paradygmat Turinga jest owocny?

Czy zmiana języka matematyki na język algorytmiki prowadzi do nowych pytań i umożliwia znajdowanie odpowiedzi na te i inne pytania, na które nie znajdujemy odpowiedzi w paradygmacie Galileusza?

W przypadku paradygmatu Galileusza naturalne jest pytanie, kto oblicza. W przypadku paradygmatu Turinga na pytanie, co przetwarza informację składającą się na świat odpowiedź jest prosta: świat. Algorytm jest składową świata tak, jak dane i programy są składową komputera i jak jedne i drugie, dane i programy, są tak samo kodowane. Powtórzmy wyrażającą to sentencję:

> cum mundus calculat et algorithmum exercet, fit mundus.

Owocność poznawcza paradygmatu Turinga może się też — co brzmi paradoksalnie — przejawić w stwierdzeniu, że niektóre procesy przyrodnicze i umysłowe nie są obliczalne. Sam Turing, mając na uwadze istnienie nieobliczalnych liczb rzeczywistych, wskazywał możliwość, że fizyka mózgu może nie być obliczalna oraz dopuszczał możliwość nieobliczalnych systemów fizycznych (Copeland et al., 2016, The physical computability thesis).

Owocność praktyczna paradygmatu informatycznego przejawia się w zastępowaniu technologii mechanicznych przez technologie informatyczne. To jest naoczne. Dokonuje się postęp cywilizacji, o jakim mówił Whitehead (1911, s. 61):

> Civilization advances by extending the number of important operations which can be perform without thinking about them. Operations of thought are like cavalry charges in a battle — they are strictly limited in number, they require fresh horses, and must only be made at decisive moments.

> Cywilizacja wzrasta przez powiększanie ilości znaczących operacji, których wykonanie nie wymaga myślenia o nich. Operacje myślowe są jak szarże kawalerii w bitwie — są ściśle ograniczone co do ilości, wymagają rześkich koni i muszą być wykonane w decydujących momentach.

Tak rozumiana cywilizacja zrealizuje się poprzez rozwój sztucznej inteligencji, która staje się „szarżą kawaleryjską” współczesnego świata.

10.2 Poznanie umysłu

Paradygmat Turinga jest właściwy i owocny w badaniu umysłu. W tym obszarze wiedzy paradygmat Turinga odnosi największe sukcesy tak, że nawet można odnieść wrażenie, że jest to jego zasadniczy obszar zastosowania.

Zagadnienie umysłu w perspektywie paradygmatu informatycznego podjął Turing w związku ze śmiercią w 1930 r. swego przyjaciela z czasów szkolnych Christophera Morcoma. W 1932 r. będąc w odwiedzinach w domu rodzinnym Morcoma wyraził przekonanie, inspirowane lekturą książki Arthura S. Eddingtona *The Nature of The Physical World* (2014), że mózg nie działa deterministycznie, a wolna wola ma oparcie w prawach fizyki kwantowej. Opracował również test, zwany dziś testem Turinga, który dał asumpt do algorytmicznego rozumienia umysłu i świadomości. Nowa multidyscyplinarna nauka, kognitywistyka, stała się polem szerokiej współpracy badaczy różnych aspektów umysłu i mózgu.

Osiągnięcia wiedzy o umyśle są znaczące. Dostarczają argumentów na rzecz negatywnej odpowiedzi na tytułowe pytanie postawione przez Wodzisława Ducha[12]: "Why Minds cannot be Received, but are Created by Brains". Życie po śmierci ma być mitem (Martin & Augustine, 2015). Pyta prof. Duch: „Czy syn człowieczy znajdzie wiarę [...] w cywilizacji informatycznej?". Podejmuje temat *Katolicyzm po kognitywistyce: O nową teologię umysłu*[13].

Poglądy takie zakładają jakieś rozumienie teologii. Czy teologia jest rzeczywiście taka, jak chcieliby tego autorzy powyższych myśli. Zauważmy, że założenie rozdzielności duszy i ciała nie jest konieczną tezą teologii katolickiej. Nie przyjmuje tego jej nurt tomistyczny. Napisze Bocheński (1994):

> Tym bardziej stanowczo wypada powiedzieć, że mniemanie, jakoby człowiek składał się z dwóch kawałków, ciała i duszy, jest bardzo nędznym zabobonem. Cała nasza nauka i wszyscy poważni myśliciele odrzucają go stanowczo. Aby tylko jeden przykład podać, św. Tomasz z Akwinu, jeden z największych myślicieli chrześcijaństwa, przeczy stanowczo, by dusza ludzka była „substancją zupełną", tj. kawałkiem i broni poglądu, że jest „treścią (forma) ciała".

Czy tomistyczne ujęcie relacji duszy i ciała wpisuje się w paradygmat informatyczny? Na te i inne pytania nie zamierzamy tu dawać odpowiedzi, zauważmy jednak, że chrześcijanie głoszą zmartwychwstanie z duszą i ciałem, że koniec tego świata nie jest końcem świata w ogóle. Jak czytamy w Apokalipsie (21:1):

> I ujrzałem niebo nowe i ziemię nową,
> bo pierwsze niebo i pierwsza ziemia przeminęły,
> i morza już nie ma.

Koniec świata byłby wówczas, gdyby wszystkie (fizyczne) algorytmy przestały działać, w kierunku doskonalenia bo świat osiągnąłby stan doskonały.

Filozofia materialistyczna przyjmuje koncepcję umysłu jako obiektu wyłącznie materialnego. Mózg Lenina, który zmarł w 1924 r. został wypreparowany i poddany badaniom w dedykowanym do tego instytucie. Dążono do pozyskania wiedzy biologicznej o mózgu geniusza a także, zachowując ciało Lenina dopuszczano możliwość jego ożywienia. To podejście dokonywało się w paradygmacie Galileusza. Taka biologiczna koncepcja badania zasadniczo zawęża metody w stosunku do paradygmatu Turinga.

10.3 Przewidywanie

Naukę uprawiamy m.in., aby móc przewidywać. Jak to sformułował filozof pozytywizmu August Comte:

> Savoir pour prévoir, prévoir pour pouvoir
> wiedzieć, aby przewidzieć; przewidzieć, aby móc działać.

W paradygmacie mechanicystycznym niedostateczność przewidywania wyjaśniamy niedostatkiem relewantnych danych lub — ewentualnym — brakiem dostatecznej wiedzy na temat praw rządzących braną pod uwagę rzeczywistością.

Paradygmat mechanicystyczny odnosi sukcesy w obszarze zjawisk makroprzyrodniczych: potrafimy z dokładnością ograniczoną tylko błędami przyrządów obserwacyjnych przewidywać ruchy ciał niebieskich. Trochę gorzej wypada to na poziomie mikro, ale działa. Kiedy jednak przewiduje się zgodnie z tym paradygmatem zjawiska społeczne, np. gospodarcze, to nawet upraszczając gospodarowanie — jak to czyniono w gospodarce centralnie planowanej — poprzez administrowanie cenami, wielkością produkcji, zasadami dystrybucji i innymi elementami, mającymi wpływ na wynik gospodarczy, doświadcza się braku przewidywalności. Dlaczego? Może po prostu dlatego, że założono mechanicystyczny model funkcjonowania gospodarki.

Aby poznać działanie gospodarki musimy stworzyć algorytmy symboliczne, które będą zgodne, czyli pozwolą na obliczanie wyników takich, jakie są wynikiem działania algorytmów rzeczywistych, czyli tych, według których obliczany jest przyszły stany gospodarki na podstawie stanów przeszłych. Jeśli uda się nam stworzyć trafne modele algorytmiczne choćby tylko niektórych procesów gospodarczych, to niekoniecznie uda się nam przewidywać wyniki algorytmów rzeczywistych. Mogą być przynajmniej trzy tego powody:

1. algorytm symboliczny źle symuluje algorytm życia gospodarczego,
2. algorytm symboliczny działa wolniej niż algorytm rzeczywisty, którego jest modelem,
3. zawodzi system przekazu danych, na których operuje algorytm symboliczny.

Świat już dziś opleciony jest siecią informatyczną, a choć jej rozwój rodzi obawy o możliwość zachowania prywatności, nic nie wskazuje na zahamowanie tego. Dzięki pozyskiwaniu aktualnych danych meteorologicznych możliwe staje się coraz lepsze przewidywanie pogody. Czy życie gospodarcze jest bardziej „kapryśne” niż pogoda, czy też wciąż nie mamy dostępu do wystarczających zasobów danych lub nie mamy algorytmów symbolicznych dobrze symulujących algorytmy życia gospodarczego?

Rozważyć trzeba również to, że przewidywania gospodarcze mają wpływ na zachowania ludzi i najzwyklej w świecie dochodzi do samounicestwienia tych przewidywań. Jak na razie najlepiej w gospodarce radzą sobie ci, którzy mają intuicję gospodarowania i mają dostęp do relewantnych danych.

10.4 Ruch maszyny a ewolucja algorytmiczna

Zużycie, „śmierć”, maszyny jest wadą, której powodem może być niedoskonałość konstrukcji lub wadliwość użytych materiałów. Gdyby człowiek, w ogóle świat natury, był dziełem inżyniera mechanika, to śmierć wskazywałaby na brak kompetencji inżynierskich.

Ujmując rzecz naturalistycznie, przyroda stworzyła wyrafinowane konstrukcje takie, jak organizmy, materię ożywioną. O poziomie wyrafinowania świadczy to, że człowiekowi wciąż nie udało się stworzyć jakiejkolwiek formy materii ożywionej, a także wiedza na temat życia wciąż jest płytka. Organizmy są śmiertelne, zresztą wbrew oczekiwaniom tych organizmów. Co ograniczało przyrodę, aby wytworzyć osobniki, które są wieczne? Ujmując rzecz z perspektywy mechanicystycznej pytamy się, co stało na przeszkodzie, aby wytworzony był mechanizm samonaprawy i odmładzania. Akurat w tym zakresie człowiek, nauka, ma pewne osiągnięcia.

Powyższa kwestia inaczej jednak wygląda, kiedy ujmie się ją z perspektywy paradygmatu algorytmicznego. Dobry algorytm to taki, który po skończonym czasie zwraca poprawny wynik. Jeśli życie jest realizacją pewnego algorytmu, to koniec działania tego algorytmu wskazuje na kompetencje programisty: algorytm przestał działać, kiedy osiągnął wynik. Wszechświat jako dobry algorytm ma początek i będzie miał koniec, kiedy wykona zadanie, dla którego został „napisany”.

Śmierci, końca działania, w świecie przyrody Galileusza nie sposób opisać, nie zakładając jakieś wady, jakiegoś zużywania się, wyczerpania się. Dla algorytmów koniec ich działania jest nie tylko naturalny, ale i jest ich oczekiwaną własnością. Z tej perspektywy śmierć jawi się jako spełnienie, wypełnienie. Organizmy żywe, realizowane przez algorytmy ewolucyjne, giną, aby dać miejsce doskonalszym. Te, które osiągnęłyby doskonałość mogłyby trwać wiecznie.

W paradygmacie Galileusza, jak to jest w fizyce newtonowskiej, czas i przestrzeń są bezgranicznym „naczyniem”, w którym przebiegają procesy fizyczne. W przypadku paradygmatu Turinga czas i przestrzeń są właściwościami algorytmów. Są im immanentne. Kiedy algorytm wypełni się, osiągnie doskonałość, czas — dla niego — przestaje płynąć, przynajmniej ten, który był wyznaczany przez rytm realizowania algorytmu.

Czy — idąc tym tropem myślenia, że ewolucja prowadzi do doskonalenia — skonstruowanie przez człowieka komputera doskonalszego od człowieka, stworzenie superinteligencji, jakichś robotów Čapka, doprowadzi do sytuacji, w której algorytm życia człowieka zakończy działanie, bo człowiek wypełnił już swoje zadanie (Boström, 2014), a może? — jak przewiduje to Kurzweil (2005):

> The Singularity will allow us to transcend these limitations of our biological bodies and brains. We will gain power over our fates. Our mortality will be in our own hands. We will be able to live as long as we want (a subtly different statement from saying we will live forever). We will fully understand human thinking and will vastly extend and expand its reach. By the end of this century, the nonbiological portion of our intelligence will be trillions of trillions of times more powerful than unaided human intelligence.
> Osobliwość pozwoli nam przekroczyć ograniczenia naszych biologicznych ciał i mózgów. Uzyskamy władzę nad naszymi losami. Nasza moralność będzie w naszych własnych rękach. Będziemy zdolni żyć tak długo, jak zechcemy (subtelnie różne stwierdzenie od powiedzenia, że będziemy żyli wiecznie). Będziemy w pełni rozumieć ludzkie myślenie i będziemy szeroko poszerzać i poszerzać jego zasięg. Pod koniec tego wieku, nie-biologiczna część naszej inteligencji będzie tryliony trylionów razy potężniejsza niż niewspomagana ludzka inteligencja.

10.5 Rozwój nauki

Nauka jest przedsięwzięciem historycznym. Obrazowo określa to Marciszewski (2011, s. 232):

> Nauka nowożytna to niezmierzony dziś ocean wiedzy, a myśl i dorobek Galileusza, w połączeniu z pionierskim dziełem Kopernika, jest jak ujście doń rzeki toczącej swe wody wcześniej przez

dwa tysiąclecia. Jeśli zapytać, skąd ten nurt wypływa, gdzie i jakie są jego źródła, to nasza rzeczna metafora nadal się sprawdza. Okazuje się bowiem, że jest to tak, jak w przyrodzie. Dające się rozpoznać źródło stanowi uchwytny tej rzeki początek, ale on z kolei ma swe początki w sączących się niewidzialnie, pochowanych w murawie strumyczkach, bez których by nie zaistniało nasze oznaczone na mapie źródło.

Osiągnięcia nauki zawdzięczamy poprzednikom. Głosił Jan z Salisbury, powtarzając za znanym z próby uzgodnienia filozofii Platona z filozofią Arystotelesa, Bernardem z Chartres (Fairweather, 1956), (Saresberiensis, 1159, III. CAP IV):

> nos esse quasi nanos, gigantium humeris incidentes, ut possimus plura eis et remotiora videre, non utique proprii visus acumine, aut eminentia corporis, sed quia in altum subvehimur et extollimur magnitudine gigantea.
> Jesteśmy podobnie jak karły siedzące na barkach gigantów. W zasięgu wzroku mamy więc więcej rzeczy i widzimy dalej niż oni. Nie jest tak ani dlatego, że mamy ostrzejszy wzrok, ani dlatego, że jesteśmy więksi; lecz dlatego, że jesteśmy niesieni i wyniesieni przez wielkość gigantów.

Newton, którego *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*" (1687) otwiera erę nowoczesnej nauki, napisze do Roberta Hooke'a (1675):

> If I have seen further, it is by standing on the shoulders of giants, zobaczyłem dalej (zrozumiałem więcej), bo stanąłem na barkach gigantów.

Żadne pokolenie nie rozwiązało i — jak to uzasadnia filozofia informatyczna — nie rozwiąże wszystkich problemów pozostawiając je przyszłym pokoleniom. Przeczuwał to już Newton (Westfall, 1983, s. 643):

> To explain all nature is too difficult a task for any one man or even for any one age. 'Tis much better to do a little with certainty, & leave the rest for others that come after you, than to explain all things by conjecture without making sure of any thing.
> Wyjaśnienie wszystkiego w przyrodzie jest zbyt trudnym zadaniem dla każdego jednego człowieka lub nawet dla jednego pokolenia. 'Znacznie lepiej jest zrobić niewiele, ale porządnie, & pozostawić resztę dla innych, którzy przyjdą po tobie, niż wyjaśnić

> wszystkie sprawy przez przypuszczenia bez pewności jakieś rzeczy.

Newton sam o sobie powie (Brewster, 1855, s. 407):

> I do not know what I appear to the world; but to myself I seem to have been only like a boy playing on a seashore, and diverting myself in now and then finding a smoother pebble or a prettier shell than ordinary, whilst the great ocean of truth lay undiscovered before me.
> Nie wiem, jak mnie widzi świat; lecz mnie samemu zdaje się, że jestem jak mały chłopiec bawiący się na brzegu morza, zabawiający się znajdowaniem tu i tam wygładzonych kamyków lub ładniejszych niż zwykłe muszli, a przede mną rozciąga się wielki ocean nieodkrytych prawd.

Z tworzeniem gmachu nauki jest podobnie, jak z budową średniowiecznych katedr. Każdy, kto uczestniczył w budowie katedry miał różne cele prywatne i wnosił różny wkład w jej powstanie, nie mając ani pewności, czy katedra ostatecznie będzie ukończona, ani jak będzie ostatecznie wyglądała. Nikt nie miał pewności, kiedy budowa się zakończy.

Newton, na którego popiersiu w Trinity College czytamy: *Qui genus humanum ingenio superavit*, nie ma większego intelektu wśród ludzi, który sformułował mechanikę (newtonowską), która zdawała się ostateczną teorią fizykalną, nie żywił przekonania o możliwości wyczerpania przez naukę wiedzy o świecie. Dzisiaj dzięki filozofii informatycznej wiemy, że jego przeczucie było zasadne. Nauka ery informatycznej, o czym pisze Marciszewski (2011), będzie w stanie niekończącego się rozwoju, nie wyczerpując wszystkich konsekwencji odkrytych prawd.

Kolejne pokolenia badaczy będą zasoby wiedzy powiększać, korygować, zgłębiać, ale i tak pozostaną obszary, o których będzie można powiedzieć — powtarzając za Emilem du Bois-Reymondem, niemieckim fizjologiem, przekonanie *ignoramus et ignorabimus*, nie wiemy i wiedzieć nie będziemy, wypowiedziane w Lipsku na wykładzie *Über die Grenzen des Naturerkennens* (Du Bois-Reymond, 1872, 1882) (O granicach poznania przyrody) w Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärtze. Mówił, że wobec zagadek świata materialnego jest badacz przyrody od dawna przywykły do ludzkiej niechęci wypowiedzenia swojego ‘Ignoramus’ (nie wiemy). Spojrzenie na przeszłe sukcesy prowadzi go do niezmąconej świadomości, że, czego jeszcze nie wie, przynajmniej warunkowo mógłby wiedzieć, a kiedyś być może będzie wiedział. Wobec zagadki, czym są materia i siła i jak są one do pomyślenia, musi za każdym razem zdecydować się na bardziej trudną prawdę: 'Ignorabimus' (nie będziemy wiedzieć).:

> Gegenüber den Rätseln der Körperwelt ist der Naturforscher längst gewöhnt, mit männlicher Entsagung sein 'Ignoramus' auszusprechen. Im Rückblick auf die durchlaufene siegreiche Bahn trägt ihn dabei das stille Bewußtsein, daß, wo er jetzt nicht weiß, er wenigstens unter Umständen wissen könnte, und dereinst vielleicht wissen wird. Gegenüber dem Rätsel aber, was Materie und Kraft seien, und wie sie zu denken vermögen, muß er ein für allemal zu dem viel schwerer abzugebenden Wahrspruch sich entschließen: 'Ignorabimus'.
> Wobec zagadek świata cielesnego badacz przyrody jest z dawna przyzwyczajony do ludzkiego wyrzeczenia się wypowiedzenia swojego 'Ignoramus'. Spojrzenie wstecz na przeszłą zwycięską drogę daje cichą świadomość, że, czego teraz nie wie, mógłby pod jakimiś warunkami wiedzieć, a kiedyś będzie wiedzieć. Zaś wobec zagadki, czym są materia i siła, i jak umożliwiają myślenie, musi za każdym razem zdecydować się na ciężkie do wypowiedzenia słowo prawdy: 'Ignorabimus.'

Z przekonaniem du Bois-Reymonda, przynajmniej w matematyce, nie godził się David Hilbert (1900). Na kongresie matematyków w Paryżu w 1900 r. głosił, że wewnętrzny głos mówi:

> Da ist das Problem, suche die Lösung. Du kannst sie durch reines Denken finden; denn in der Mathematik gibt es kein *Ignorabimus!*.
> Jest problem, szukaj rozwiązania. Znaleźć możesz je za pomocą czystego myślenia; albowiem w matematyce nie istnieje *Ignorabimus!*

W zakończeniu mowy pożegnalnej w Królewcu 8-ego września 1930 r. na spotkaniu Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärtze twierdził, że (Hilbert, 1935, s. 387):

> *Wir müssen wissen. Wir werden wissen*
> Musimy wiedzieć. Będziemy wiedzieć[14].

Przekonanie to było znaczące dla rozwoju jego działalności badawczej. Inskrypcja tej treści znajduje się na nagrobku Hilberta na cmentarzu w Göttingen.

Podjęta przez Hilberta próba odrzucenia *Ignorabimus!* zaowocowała powstaniem informatyki i uzasadnieniem — paradoksalnie — odrzucenia przekonania Hilberta o możliwościach poznawczych metod formalnych.

11 Zakończenie

Kilka uwag i tez, nie do końca rozwiniętych i nie w pełni uzasadnionych pokazuje, że paradygmat Turinga przekracza granice nauk formalnych. Otwiera nowe perspektywy badań w naukach pozytywnych, w szczególności zdaje się być jedynym właściwym paradygmatem poznania umysłu. Daje też okazję do spekulacji filozoficznych na temat świata jako zbudowanego z algorytmów.

Przypisy

[1] Jest to pierwsze znane użycie tego słowa w świecie kultury łacińskiej.

[2] `https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-paciolis-summa` [20.11.2020]

[3] Two interesting Arguments for God: Intelligibility and Desire, 2012; `http://shamelesspopery.com/two-interesting-arguments-for-god-intelligibility-desire/` [20.10.2020]

[4] `https://www.hs-augsburg.de/~harsch/germanica/Chronologie/17Jh/Leibniz/lei_bina.html` [20.03.2020]

[5] Więcej na temat tego zapisu na marginesie rozprawki *Dialogus* (Leibniz, 1890a) zob. (Kopania, 2018).

[6] `http://www.inters.org/galilei-madame-christina-Lorraine` [02.04.2019]

[7] `https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/35/Carmen_de_Algorismo.pdf` [13.10.2020]

[8] `https://zwanzigeins.jetzt` [24.10.2020]

[9] Stacewicz (2011, §1. Różne wymiary informacji) znakomicie omawia pojęcia informacji i jej związki z wiedzą.

[10] Podobne stwierdzenia znajdują się w innych tekstach cytowanego tomu, np. na stronach: 26, 64–65, 125

[11] Konrad Zuse interviewed by Uta Merzbach in 1968 (Computer Oral History Collection, Archives Centre, National Museum of American History, Washington D.C.).

[12] `https://repozytorium.umk.pl/bitstream/handle/item/5064/SetF.2017.014%2CDuch.pdf`

[13] `http://teologia.deon.pl/katolicki-obraz-natury-ludzkiej-i-nauki-kognitywne/` [05.09.2019]

[14] `http://math.sfsu.edu/smith/Documents/HilbertRadio/HilbertRadio.pdf` [12.07.2020]

Literatura

Ares, J., Lara, J. A., Lizcano, D., & Martínez, M. A. (2018). Who discovered the binary system and arithmetic? Did Leibniz plagiarize Caramuel? *Science and Engineering Ethics*, *24*, 173–188. doi: 10.1007/s11948-017-9890-6

Babbage, C. (1864). *Passages from the life of a philosopher.* London: Longman, Green, Longman, Roberts, & Green. `http://djm.cc/library/Passages_Life_of_a_Philosopher_Babbage_edited.pdf`.

Babbage, C. (2008). *Passages from the life of a philosopher.* Rough Draft Printing. `http://www.fourmilab.ch/babbage/lpae.html`.

Bacon, R. (2010). Mathematical science. In J. H. Bridges (Ed.), *The opus majus of Roger Bacon* (Vol. 1, pp. 97–404). Cambridge: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511709661.006

Barrow, J. D. (2000). *The book of nothing. Vacuumus, voids and the latest ideas about the origin of the universe.* London: Vintage Books.

Bocheński, J. M. (1994). *Sto zabobonów. Krótki filozoficzny słownik zabobonów* (2nd ed.). Kraków: Wydawnictwo PHILED spółka z o.o.

Boström, N. (2014). *Superintelligence: Paths, dangers, strategies.* Oxford: Oxford University Press.

Brewster, D. K. H. (Ed.). (1855). *Memoirs of the life, writings, and discoveries of sir Isaac Netwon* (Vol. 2). Edinburgh, London: Thomas Constable and Co. Hamilton, Adams, and Co. `https://archive.org/details/memoirslifewrit02brewgoog/page/n5/mode/2up`.

Burks, A. W., Goldstine, H. H., & von Neuman, J. (1987). Preliminary discussion on the logical design of an electronic computing instrument. In W. Aspray & A. Burks (Eds.), *Papers of John von Neumann on computing and computer theory* (Vol. 12, pp. 97–142). MIT Press. `https://archive.org/details/papersofjohnvonn00vonn`. (The Institute for Advanced Study, 2 September 1947)

Cajori, F. (1993). *A history of mathematical notations.* New York: Dover Publications, Inc. (Two klumes Bound As One. Volume I: Notations in Elementary Mathematics. Volume II: Notations Mainly in Higher Mathematics)

Cantor, M. (1865). Über einen Codex des Klosters Salem. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, *10*, 1–16. `https://archiv.ub.uni-heidelberg.de/volltextserver/12869/`.

Caramuelis, I. (1670). *Mathesis biceps vetus et nova.* Officinâ Episcopali.

https://books.google.pl/books?id=KRtetV1MJnkC&printsec=frontcover&source=gbs_book_other_versions_r&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false.

Chaitin, G. (2007). Epistemology as information theory: From Leibniz to Ω. In G. D. Crnkovic (Ed.), *Computation, information, cognition — The nexus and the liminal* (p. 20017). Newcastle UK: Cambridge Scholar Publishing.

Chaitin, G. J. (2004). *Leibniz, randomness & the halting probability.* http://www.cs.auckland.ac.nz/CDMTCS/chaitin/turing.html.

Chaitin, G. J. (2005). *Meta math! The quest for omega.* New York: Pantheon. https://arxiv.org/pdf/math/0404335.pdf.

Cherry, S. R. (2017). *The reason of reason: How reason logic and intelligibility together are evidence for God* (2nd ed.). Canterbury: Telos Publishing.

Copeland, J., Bowen, J., Sprevak and, M., & Wilson, R. (2016). Is the whole universe a computer? In J. Jack Copeland, J. Bowen, M. Sprevak, & R. Wilson (Eds.), *The Turing guide: Life, work, legacy* (pp. 445–462). Oxford: Oxford University Press.

Couturat, L. (1901). *La logique de Leibniz. D'après des documents inédits.* Paris: Felix Alcan. https://archive.org/details/lalogiquedeleib00coutgoog/page/n10/mode/2up. (Repr. Georg Olms: Hildesheim 1961, 1969)

Davis, M. (2001). *Engines of logic: Mathematicians and the origin of the computer.* New York: W. W. Norton & Company.

Dodig-Crnkovic, G. (2013). Alan Turing's legacy: Info-computational philosophy of nature. In G. Dodig-Crnkovic & R. Giovagnoli (Eds.), *Computing nature* (pp. 115–123). Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.

Du Bois-Reymond, E. H. (1872). *Über die Grenzen des Naturerkennens: Ein Vortrag in der zweiten öffentlichen Sitzung der 45. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Leipzig am 14. August 1872.* Leipzig: Von Veit & Co.

Du Bois-Reymond, E. H. (1882). *Über die Grenzen des Naturerkennens. Die Sieben Welträthsel.* Leipzig: Von Veit & Co. https://wellcomelibrary.org/item/b28103555#?c=0&m=0&s=0&cv=8&z=-1.0775%2C0.2077%2C2.7482%2C1.7807.

Eddington, A. S. (2014). *The nature of the physical world: Gifford lectures of 1927.* Cambridge: Cambridge Scholars Publishing. (Annotated and Introduced by H. G. Callaway)

Fairweather, E. R. (1956). *A scholastic miscellany: Anselm to Ockham.*

Philadelphia: Westminster Press.
Fibonacci: Pisanus, Leonardus. (1202). *Liber abbaci.* https://la.wikisource.org/wiki/Liber_abbaci.
Floridi, L. (2008). A defense of informational structural realism. *Synthese*, *161*(2), 219–253.
Fuller, R. B. (1982). *Critical path.* San Francisco, CA: Estate of R. Buckminster Fuller. (Contributor: Kiyoshi Kuromiya)
Galileo Galilei. (1623). *The Assayer (Il Saggiatore).* Stanford University. https://web.stanford.edu/~jsabol/certainty/readings/Galileo-Assayer.pdf. (tłum. Stillman Drake)
Gerritzen, L. (2008). Warum wir Zahlem von hinten nach vorne lesen und warum das nicht so bleiben muss. In L. Gerritzen (Ed.), *Zwanzigeins: für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente, Meinungen* (pp. 22–33). Bochum: Brockmeyer Verlag. https://zwanzigeins.jetzt/downloads/Gerritzen%20et%20al%20(2008)%20-%20Zwanzigeins.pdf.
Guthrie, K. S., & Fideler, D. (1987). *The Pythagorean sourcebook: An anthology of ancient writings which relate to Pytagoras and Pythagorean philosophy.* Gloucester, UK: Phanes Press. (Compiled & translated by Kenneth Sylvan Guthrie. Edited & introduced by David Fideler)
Hawking, S., & Mlodinow, L. (2010). *The grand design.* New York: Bantam Books.
Heller, M. (2013). *Bóg i nauka: Moje dwie drogi do jednego celu.* Kraków: Copernicus Center Press. (E. Nicewicz-Staszowska (tłum.))
Heller, M. (2014). *Granice nauki.* Kraków: Copernicus Center Press.
Hergenhahn, R. (2008). Die Köbelschen Zahlentafeln in seinen Rechenbüchern. In L. Gerritzen (Ed.), *Zwanzigeins: für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente, Meinungen* (pp. 109–112). Bochum: Brockmeyer Verlag. https://zwanzigeins.jetzt/downloads/Gerritzen%20et%20al%20(2008)%20-%20Zwanzigeins.pdf.
Hilbert, D. (1900). Mathematische Probleme. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math.-Phys. Klasse*(3), 253–297.
Hilbert, D. (1935). Naturerkennen und Logik. In *David Hilbert: Gesammelte Abhandlungen* (Vol. 3, pp. 378–387). Berlin: Verlag von Julius Springer. https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN237834022.
Hochstetter, E., Greve, H. J., & Gumin, H. (1979). *Herrn von Leibniz' Rechnung mit Null und Eins.* Siemens-Aktien-Ges., [Abt. Verlag].

Hodges, A. (1997). *Turing: A natural philosopher.* London: Phoenix.

Ineichen, R. (2008). Leibniz, Caramuel, Harriot und das Dualsystem. *Mitteilungen der deutschen Mathematiker-Vereinigung*, *16*(1), 12–15.

Infeld, L. (1980). *Quest: An autobiography.* London: Chelsea Publishing Company.

Jones, S. H., Adams, T. E., & Ellis, C. (Eds.). (2016). *Handbook of autoethnography.* London and New York: Routledge.

Knuth, D. E. (1997). *The art of computer programming* (Vol. I Fundamental algorithms). Boston: Addison-Wesley. `https://archive.org/details/B-001-001-249`. (Polskie tłumaczenie: (Knuth, 2002))

Knuth, D. E. (2002). *Sztuka programowania* (Vol. 1). Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne. (tłum.: Grzegorz Jakacki)

Kopania, J. (2018). Leibniz i jego Bóg. Rozważania z Voltaire'em w tle. *Studia z Historii Filozofii*, *3*(9), 69–101.

Kuhn, T. S. (1962). *The structure of scientific revolutions.* Chicago: The University of Chicago Press. (polski przekład: (Kuhn, 1968))

Kuhn, T. S. (1968). *Struktura rewolucji naukowych.* Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe. `fem.put.poznan.pl/poli.../4891524Kuhn%20strony%20A.docx`. ((Kuhn, 1962): przekład z angielskiego Heleny Ostromęckiej. Tłumaczenie przejrzał, redagował i posłowiem zaopatrzył Stefan Amsterdamski.)

Kuhn, T. S. (2011). *Struktura rewolucji naukowych.* Warszawa: Aletheia. (Tłumacz: Helena Ostromęcka)

Kurzweil, R. (2005). *The singularity is near: When humans transcend biology.* New York: Viking. `https://tantor-site-assets.s3.amazonaws.com/...Singularity/B0183_Singularity_PDF_1.pdf`.

Leibniz, G. W. (1666). Dissertatio de arte combinatoria. Lipsiae: Joh. Simon. Fickium et Jolh. Polycarp. Senboldum. `abirintoermetico.com/12ArsCombinatoria/Leibniz_G_W_Dissertatio_de_Arte_combinatoria.pdf`, `https://archive.org/details/ita-bnc-mag-00000844-001/page/n11/mode/2up`.

Leibniz, G. W. (1679). *De progressione dyadica* (Vol. Pars I). (Published in facsimile (with German translation) in (Hochstetter, Greve, & Gumin, 1979))

Leibniz, G. W. (1697). *Brief an den Herzog von Braunschweig-Wolfenbüttel Rudolph August, 2. Januar 1697.* `http://www.fh-augsburg.de/~harsch/germanica/Chronologie/17Jh/Leibniz/lei-bina.html`.

Leibniz, G. W. (1890a). Dialogus. In C. I. Gerhardt (Ed.), *Die philoso-*

phischen Schriften von G. W. Leibniz (Vol. 7, pp. 190–193). Berlin. (Reprint: Hildesheim 1960)

Leibniz, G. W. (1890b). *Philosophische Schriften* (Vol. 7; C. I. Gerhardt, Ed.). Berlin: Weidmann.

Leibniz, G. W. (1929). Machina arithmetica in qua non additio tantum et subtractio sed et multiplicatio nullo, divisio vero paene nullo animi labore peragantur. In D. E. Smith (Ed.), *A source book in mathematics* (1st ed., pp. 173–181). New York: McGraw Hill Book Company. `https://archive.org/details/sourcebookinmath00smit/mode/2up`.

Leibniz, G. W. (1990). *Leibniz korrespondiert mit China: der Briefwechsel mit den Jesuitenmissionaren (1689–1714)* (R. Widmaier, Ed.). Frankfurt am Main: V. Klostermann.

Lesne, A. (2007). The discrete versus continuous controversy in physics. *Mathematical Structure in Computer Science*(17), 185–223.

Ligonnière, R. (1992). *Prehistoria i historia komputerów.* Wrocław: Ossolineum.

Marciszewski, W. (Ed.). (1981). *Dictionary of logic as applied in the study of language: Concepts methods theories.* The Hague-Boston-London: Martinus Nijhoff Publishers.

Marciszewski, W., & Stacewicz, P. (2011). *Umysł — komputer — Świat: O zagadce umysłu z informatycznego punktu widzenia* (prof. Leonard Bolc, Ed.). Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT.

Martin, M., & Augustine, K. (Eds.). (2015). *The myth of an afterlife: The case against life after death.* Lanham, MD: Rowman & Littlefield Publishers.

Mazur, J. (2014). *A short history of mathematical notation and its hidden powers.* Princeton: Princeton University Press.

Menninger, K. (1934). *Zahlwort und Ziffer: Aus der Kulturgeschichte unserer Zahlsprache, unserer Zahlschrift und des Rechenbrettes.* Breslau: Ferdinand Hirt.

Menninger, K. (1958). *Zahlwort und Ziffer: Eine Kulturgeschichte der Zahl* (2nd ed., Vols. 1–2). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht. (Pierwsze wydanie: (Menninger, 1934))

Menninger, K. (1969). *Number words and number symbols: A cultural history of numbers.* Cambridge, MA: M.I.T. Press. (Tłumaczenie (Menninger, 1958))

Newton, I. (1675). *Letter from sir Isaac Newton to Robert Ho-*

oke. http://digitallibrary.hsp.org/index.php/Detail/Object/Show/object_id/9285. Historical Society of Pennsylvania.

Newton, I. (1687). *Philosophiæ naturalis principia mathematica.* London: Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. http://www.gutenberg.org/ebooks/28233. (Project Gutenberg)

Pacioli, L. (1523). *Summa de arithmetica geometria proportioni: et proportionalita . . . .* Paganino de Paganini. Retrieved from https://books.google.pl/books?id=iqgPe49fhrsC

Saresberiensis, I. (1159). *Metalogicus* (J. B. Hall, Ed.). Logic Museum. http://www.logicmuseum.com/wiki/Authors/John_of_Salisbury/Metalogicon.

Shannon, C. E. (1958). Von Neumann's contributions to automata theory. *Bull. Amer. Math. Soc.*(3, Part 2), 123–129. https://projecteuclid.org/euclid.bams/1183522376.

Shirley, J. W. (1951). Binary numeration before Leibniz. *American Journal of Physics*, *19*(8), 452–454.

Sibley, A. (2013). Lessons from Augustine's *De Genesi ad Litteram—Libri Duodecim*. *Journal of Creation*, *27*(2), 71–77. https://creation.com/images/pdfs/tj/j27_2/j27_2_71-77.pdf.

Strogatz, S. (2019). *Infinite powers: How calculus reveals the secrets of the universe*. Boston, Mass.: Houghton Mifflin Harcourt.

Swade, D. (2002). *The difference engine: Charles Babbage and the quest to build the first computer*. Penguin Books.

Swetz, F. J. (2003). Leibniz, the *Yijing*, and the religious conversion of the Chinese. *Mathematics Magazine*, *76*(4), 276–291.

Swift, J. (1892). *Gulliver's travels into several remote nations of the world* (D. Price, Ed.). London: George Bell and Sons. http://www.gutenberg.org/ebooks/829.

Swift, J. (2020). (P. C. Aleksandra Sekuła, Ed.). Fundacja Nowoczesna Polska. http://wolnelektury.pl/katalog/lektura/podroze-guliwera.

Tegmark, M. (2008). The mathematical universe. *Foundations of Physics*, *38*(2), 101–150.

Tegmark, M. (2014). *Our mathematical universe.* New York: Knopf.

Tryon, E. P. (1973). Is the universe a vacuum fluctuation? *Nature*, *246*, 396–397. doi: 10.1038/246396a0

Trzęsicki, K. (1987). Rola pojęcia niebytu w twórczości matematycznej.

Idea. Studia nad strukturą i rozwojem pojęć filozoficznych, *2*, 75–85. (Czarnawska, M. and Kopania, J. (red.))

Trzęsicki, K. (2006a). From the idea of decidability to the number Ω. *Studies in Grammar, Logic and Rhetoric*, *9*(22), 73–142. http://logika.uwb.edu.pl/studies.

Trzęsicki, K. (2006b). Leibniza idea systemu binarnego. In J. Kopania & H. Święczkowska (Eds.), *Filozofia i myśl społeczna XVII w.* (pp. 183–203). Białystok.

Trzęsicki, K. (2006c). Leibnizjańskie inspiracje informatyki. *Filozofia Nauki*, *55*(3), 21—48.

Trzęsicki, K. (2016). Can AI be intelligent? *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric*, *61*(48), 103–131.

Trzęsicki, K. (2020a). Idea of artificial intelligence. *Studia Humana*, *9*(3/4), 37–65.

Trzęsicki, K. (2020b). Idea sztucznej inteligencji. *Filozofia i Nauka. Studia filozoficzne i interdyscyplinarne*, *8*, 69–96. (Zeszyt monotematyczny pod redakcją Małgorzaty Czarnockiej i Mariusza Mazurka)

Turing, A. M. (1936–37). On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, *42*(Series 2), 230–265.

Turing, A. M. (1950). Computing machinery and intelligence. *Mind: A Quartely Review of Psychology and Philosophy*, *59*(236), 433–460. Retrieved from www.csee.umbc.edu/courses/471/papers/turing.pdf

Turing, A. M. (1952). The chemical basis of morphogenesis. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, *237*(641), 37–72.

Voigt, J. (2008). Die konsequente Zahlensprechweise in der Türkei. In L. Gerritzen (Ed.), *Zwanzigeins: für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente, Meinungen* (pp. 113–114). Bochum: Brockmeyer Verlag. https://zwanzigeins.jetzt/downloads/Gerritzen%20et%20al%20(2008)%20-%20Zwanzigeins.pdf.

von Neumann, J. (1958). *The computer and the brain* (1st ed.). Nev Haven: Yale University Press. (Third edition (August 28, 2012). Foreword by Ray Kurzweil)

von Neumann, J. (1963). The general and logical theory of automata. In A. H. Taub (Ed.), *Collected works* (Vol. V, pp. 288–328). London: Pergamon Press.

von Neumann, J., & Burks, A. W. (1966). *Theory of self-reproducing automata.* Urbana: University of Illinois Press.

Waerden, B. L. Van der. (1961). *Science awakening*. New York: Oxford University Press. (English translation by Arnold Dresden, with additions of the author.)

Westfall, R. S. (1983). *Biography of Isaac Newton*. Cambridge: Cambridge Univeristy Press.

Wheeler, J. A. (1989). Information, physics, quantum: The search for links. In *Proceedings III International Symposium on Foundations of Quantum Mechanics* (pp. 354–386). Tokyo.

Whitehead, A. N. (1911). *An introduction to mathematics*. London: Williams and Norgate. `https://archive.org/details/introductiontoma00whitiala`.

Wolfram, S. (2002). *A new kind of science*. Champaign, IL: Wolfram Media. `http://www.wolframscience.com/nks/`.

Wouk, H. (2010). *The language God talks: On science and religion*. London: Little, Brown and Company.

Zuse, K. (1967). Rechnender Raum. *Elektronische Datenverarbeitung*, *8*, 336–344. `https://www.informationphilosopher.com/solutions/scientists/zuse/Rechnender_Raum.pdf`.

Zuse, K. (1969). *Rechnender Raum: Schriften zur Datenverarbeitung*. Braunschweig: Vieweg & Sohn. (Przekład na angielski (Zuse, 1970))

Zuse, K. (1970, February). *Calculating space* (Technical Translation AZT-70-164-GEMIT No. MA 02139.PDF). Cambridge, MA: MIT.

Zuse, K. (2010). *Der Computer: Mein Lebenswerk* (5. unveränd. Aufl. ed.). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. (Bearbeitet von Konrad Zuse, Friedrich L. Bauer, H. Zemanek)

Zuse, K. (2012). Nature as computation. In *A computable universe: Understanding & exploring* (1st. re-edition1 written in LATEXby A. German and H. Zenil ed.). World Scientific. `https://pdfs.semanticscholar.org/7855/c53d983e816765f5a6c637814768897d903b.pdf`. (Followed by an Afterword by Adrian German and Hector Zenil)