2. Logika samorodna w języku naturalnym

2.3. Implikacja (zdanie warunkowe), jej stosunek do koniunkcji

G • Zdanie warunkowe w terminologii logicznej zwane **implikacją** służy do opisu stałych związków czyli regularności. Niech członami takiego związku będą p i q. Jego stałość polega na tym, że *nie zdarza się tak, żeby było p i nie było q.* Skrótowo:

[R1] $nie\ (p\ i\ nie\ q)$. Oto przykłady.

[1] Nie bywa tak, żeby po nocy nie nastąpił dzień (tj. żeby była noc i nie było po niej dnia).
[2] Nie zdarza się, żeby ktoś był studentem i nie umiał liczyć do trzech.
[3] Nie ma róży bez kolców (tj. nie zdarza się, by coś było różą i nie miało kolców).
[4] Nie zdarza się, żeby dwa obiekty miały masy, a nie przyciągały się wzajem z siłą proporcjonalną do iloczynu ich mas i odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości.
[5] Nie jest możliwe, żeby liczba podzielna przez 10 nie była parzysta.

Wystarczają więc do opisania takich związków symbole koniunkcji i negacji, tworzące strukturę wedle wzorca R1. Interesują nas zwykle w rozumowaniach struktury, których człony są powiązane stałym następstwem lub relacją przyczynową lub w taki sposób, że występowanie jakiejś cechy pociąga występowanie w danym przedmiocie drugiej (np. podzielność liczby przez 10 pociąga jej parzystość).

Ale także w braku wewnętrznego związku uzyskamy z podstawienia w R1 zdanie prawdziwe, byleby nie było tak, że zachodzi p i nie zachodzi q. Oto przykład (gdzie „a” jest stylistycznym wariantem „i”).

[6] Nie jest tak, że wszechświat się rozszerza, a bociany nie odlatują z Polski na zimę.

Wprawdzie te dwa zjawiska w przyrodzie nie mają ze sobą związku, ale jest niezbitym faktem, że w rozszerzajacym się świecie nie zdarza się, by bociany nie miały zwyczaju odlatywania z Polski przed zimą. Gdy zbieżność taka jest niezawodnie regularna, to choć jest tylko zbieżnością (a nie związkiem na mocy jakiegoś prawa), wolno z zachodzenia p wnioskować o zachodzeniu q (skoro nie zdarza się zajście p bez zajścia q).

Uczestnicy procesu powstawania polszczyzny mogli oddawać regularności i stałe zbieżności używając tylko struktury R1, dla większej jednak wygody utworzyli w tym celu specjalny spójnik postaci „jeśli [...], to [...]”. Zastąpimy go obecnie umownym symbolem logicznym, zwanym **symbolem implikacji**, wprowadzając też symboliczne odpowiedniki wcześniej omówionych terminów logicznych. Oto ów słowniczek („=” oznacza tu przekład):

nie-prawda, że $p = \neg p$ • p i $q = p \wedge q$ • p lub $q = p \vee q$ • jeśli p, to $q = p \Rightarrow q$.

Wskazana wyżej równoznaczność zapisze się teraz zwięźle:

[7] $p \Rightarrow q$ to tyle, co: $\neg(p \wedge \neg q)$.

Zdanie umieszczone w implikacji przed strzałką nazywa się jej **poprzednikiem**, a zdanie po strzałce **następnikiem**. Skoro implikacja $p \Rightarrow q$ mówi, że nie ma p bez q, to następnik (q) jest dla poprzednika (p) **warunkiem koniecznym** (WK). A zarazem, skoro nie zdarza się tak, by zajściu poprzednika nie towarzyszyło zajście następnika, to poprzednik jest dla następnika **warunkiem wystarczającym** (WW).

Z tak uzyskaną wiedzą logiczną można już ustalić w sposób intuicyjny (bardziej techicznie – w rozdziale następnym) niektóre prawa logiki, np. następujące:

[8] *Jeśli zachodzi implikacja oraz jej poprzednik, to (skoro poprzednik jest WW dla następnika) zachodzi także następnik.*

[9] *Jeśli zachodzi implikacja i nie zachodzi jej następnik, to (skoro następnik jest WK dla poprzednika), nie zachodzi poprzednik.*

Oto formuły będące ich odpowiednikami w zapisie symbolicznym:

[8*] $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$

[9*] $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$.