

## Skąd Adam i Ewa wiedzieli o pewniku abstrakcji? Uwagi o podstawowym zagadnieniu pragmatyki

1. Niech punktem wyjścia naszego problemu będą kłopoty biologów ewolucjonistów, którzy biedzą się nad odróżnieniem gatunku *homo sapiens* od innych, w szczególności od wysoko rozwiniętych małp. W szkicu tym stawiam hipotezę, że ludzka specyfika polega na zdolności do kierowania się teoriomnogościowym pewnikiem abstrakcji, co ma fundamentalne znaczenie dla komunikacji językowej. Skąd się ta zdolność w człowieku bierze, niech dociekają biolodzy, szukając swoim zwyczajem odpowiedzialnego za nią ośrodka w mózgu czy sterującego jej rozwojem genu. Rzeczą logika jest posunąć sprawę naprzód dzięki hipotezie podpowiadającej kierunek dalszych badań.

Co do rzeczonych kłopotów, to już Linneusz w swym wielkim przedsięwzięciu klasyfikacyjnym niepokoił się, że nie potrafi wskazać „wyraźnej cechy pozwalającej jednoznacznie oddzielić człowieka od wielkich małp”, dodając: „ja w każdym razie nie znam żadnej takiej cechy.” (zob. Ryszkiewicz [2006]). Na to logik spieszy z podpowiedzią, że taką cechą jest wiedza o pewniku abstrakcji. Pozwala ona operować klasami abstrakcji jako denotacjami predykatów naszego języka, warunkując tym powstanie mowy i komunikacji; nie jest to natomiast cecha, którą dałoby się zauważyć u goryli czy szympanów.

Linneusz dysponował porównaniami tylko na poziomie anatomii. Ale od jego czasów nastąpił w biologii kolosalny postęp. Zaistniały więc podstawy do oczekiwań, że gdy genetyka sięgnie do głębszego poziomu złożoności, odkryje znaczącą różnicę między gatunkiem ludzkim i jego młodszymi krewnymi. Okazało się jednak, że człowiek ma 99% genów wspólnych z szympansem. Wygląda na to, że jesteśmy w tym samym miejscu, co w czasach Linneusza, gdy idzie o rozpoznanie biologicznej odmienności człowieka.

W tej sytuacji pojawiło się nowe podejście, stwarzające pomost między biologią i kwestiami komunikacji językowej, a więc pragmatycznymi. Jared Diamond, profesor fizjologii w USA, uważa, że przełom, który tak radykalnie oddzielił gatunek ludzki od pozostałych polegał na powstaniu języka. Trudno to stwierdzenie samo w sobie uznać za odkrywcze, ale godna uwagi jest towarzysząca mu obserwacja. Mianowicie, że nie wiązał się ten przełom z powiększeniem mózgu, a przeciwnie, od czasu, gdy on nastąpił mózgiem *homo sapiens* skurczył się o 15%. Nasuwa się stąd wniosek, że źródłem poszukiwanej różnicy trzeba szukać nie w czynniku fizycznym, lecz w logicznym; zwrotami „czynnik fizyczny” i „czynnik logiczny” oddają tu, odpowiednio, angielskie terminy „hardware” i „software”, które można też tłumaczyć słowami „oprogramowanie” i „sprzęt”. Pójdźmy tym tropem i spróbujmy wyśledzić pewien istotny rys owego oprogramowania.

2. Nasze rozumowanie obejmuje dwa stwierdzenia. (1) U początków komunikacji językowej są definicje deiktyczne, zwane też ostensywnymi. (2) Definiowanie deiktyczne może zaistnieć tylko wtedy, gdy jego uczestnicy, nadawca i odbiorca, dysponują tą praktyczną umiejętnością myślową, którą w postaci teoretycznej określa teoriomnogościowy *pewnik abstrakcji*, to jest, następująca formuła:

PAS:  $\exists_Z \forall_x (x \in Z \Leftrightarrow \phi(x))$ .

Jest to Pewnik Abstrakcji w formie Schematu, bo zmienna  $\phi$  reprezentuje nieskończenie wiele formuł będących możliwymi jej podstawieniami.

Nim powiążę treść tego pewnika z procesem kształtowania języka przez definiowanie ostensywne, przypomnę historię z pierwszych kart Biblii, która dobrze ilustruje, na czym to definiowanie polega.

Utworzywszy tedy Pan Bóg z ziemi wszelkie zwierzęta ziemi i wszelkie ptactwo powietrzne, przywiódł je do Adama, żeby zobaczyć, jak je nazwie; wszystko bowiem, czym nazwał Adam istoty żyjące, jest ich imieniem. I nazwał Adam imionami ich wszystkie zwierzęta i wszystko ptactwo powietrzne.

Wyobraźmy sobie teraz, że Adam chce ten nowo utworzony język przekazać Ewie. Orowadza ją więc po raju, i co zobaczą jakieś zwierzę, Adam wymienia jego nazwę. Niech będzie to kangur; założmy, że w „lingua adamica” (jak niegdyś określano ów język) nazwa tego zwierzęcia brzmi tak samo jak po polsku. Adam pokazuje więc wyłaniającego się właśnie zwierza i mówi „to jest kangur”. Ewa może pomyśleć, że Adam nadał każdemu zwierzęciu imię własne, i „kangur” jest nazwą tego tylko indywiduum. Ale jeśli wejdzie na ten błędny trop, wyprowadzi ją z błędu pokazanie przez Adama innego kangurzego indywiduum z tym samym wyjaśnieniem. Ewa wnet pojmie, że w nabywanym przez nią języku „kangur” nie jest imieniem własnym lecz nazwą ogólną. Jej nauka, jak widzimy, odbywa się metodą *definiowania deiktycznego*.

Ta procedura semantyczna musi mieć za podstawę odpowiednią intuicję ontologiczną. Zawiera się ona w tej ontologii, którą nazywamy teoriomnogościową. Mianowicie, w głowie Ewy musi funkcjonować pewne podstawienie pewnika abstrakcji. Co oczywiście, nie znaczy, że umiałyby wyrysować palcem na rajskim piasku odpowiednią formułę teoriomnogościową.

Skorzystajmy z poczynionego przez Gilberta Ryle’a [1949] rozróżnienia między *knowing that* i *knowing how*, czyli między umiejętnością praktyczną i wiedzą zwerbalizowaną, uznając, że mamy tu do czynienia z *knowing how*. Będzie to ten z licznych w naszym poznaniu przypadków, kiedy z pewną praktyczną umiejętnością wiąże się odpowiednie sformułowanie teoretyczne (które z reguły następuje później) w wyniku rozwoju wiedzy. Nim Dedekind i Peano sformułowali aksjomaty arytmetyki, matematycy umieli zapisywać praktyczne reguły działań, a nim zaczęto je zapisywać, nasi odlegli przodkowie dodawali na palcach wedle owych reguł, nie umiając wszak wyrazić ich słownie. W takim więc sensie, jak oni znali arytmetykę, powiemy, że Adam i Ewa (a także pozostała rzesza nieświadoma teorii mnogości) znali pewnik abstrakcji – na zasadzie *knowing how*.

Wchodzące tu w grę podstawienie w PAS posługuje się ideą klasy abstrakcji. Przypomnijmy: *klasą abstrakcji* relacji równoważnościowej  $R$  wyznaczoną przez element  $y$  zbioru  $Z$  nazywamy zbiór tych elementów zbioru  $Z$ , które pozostają w relacji  $R$  do  $y$ .

W opisanym wyżej procesie deiktycznym pokazany przez Adama konkretny kangur jest tym elementem  $y$ , który wyznacza zbiór kangurów na mocy relacji równoważnościowej, powiedzmy:  $x$  wygląda tak samo, jak ten oto  $y$ ; oznaczmy ją jako  $W$  (od słowa „wygląd”). Niech symbol „ $y$ ” funkcjonuje jako okazjonalne (powstałe za sprawą zaimka wskazującego) imię własne pokazywanego właśnie obiektu; wtedy formułą podstawioną w schemacie PAS za  $\phi$  staje się „ $yWx$ ”, i tak otrzymujemy następującą konkretyzację naszego schematu:

PAD:  $\exists_Z \forall_x (x \in Z \Leftrightarrow yWx)$ .

Co czytamy: istnieje taki zbiór, mianowicie kangurów, że należy doń każdy i tylko taki element, który wygląda tak samo jak ten oto (pokazywany) kangur. To jest właśnie to, co musi praktycznie funkcjonować w głowie każdego uczestnika procesu deiktycznego. Także tych procesów, które legły u prapoczątków języka.

**3.** Pora podjąć pytanie postawione w tytule: Skąd Adam i Ewa wiedzieli o klasach abstrakcji? Jeśli znajdzie się na to wyjaśnienie przyrodnicze, będzie to zarazem odpowiedź, na czym polega fundamentalna różnica przyrodnicza między człowiekiem i resztą istot żywych. Do tego dzieła powinien się zabrać cały oddział biologów podzielony na trzy kolumny – genetyków, neurobiologów i ewolucjonistów – z których każda szukałaby właściwej dla swej specjalności odpowiedzi na jedno z następujących pytań.

— Czy istnieje gen odpowiedzialny za pewnik abstrakcji?

— Czy istnieje ośrodek mózgowy odpowiedzialny za pewnik abstrakcji?

— Czy w procesie ewolucji zaistniały takie warunki, że adaptacja do nich prowadziła by wedle zasady doboru naturalnego do powstania czynnika biologicznego (genu, ośrodka w mózgu) odpowiedzialnego za pewnik abstrakcji?

Są to pytania, które filozof stawia przyrodnikowi. Jeśli zdaniem przyrodnika byłyby one błędnie postawione, byłoby dla filozofa wielce pouczające dowiedzieć się, na czym błąd ten polega. Jeśli są dobrze postawione, filozof przyjmie rad odpowiedzi przyrodnika, gdy już nastąpią, żeby z nich skorzystać w swej filozoficznej syntezie.

Czy jednak nie mógłby filozof sam się potrudzić i ze swego punktu widzenia zaproponować odpowiedź? Propozycji i to różnorodnych, nie brakuje. Chodzi wszak o żywo dyskutowany problem genezy poznania matematycznego. Mamy stanowisko platońskie, kantowskie, empirystyczne, konstruktywistyczne etc. Jesteśmy jednak w martwym niejako punkcie, w którym wszystkie strony wyłożyły argumenty i każda pozostaje przy swoim. Szansą na przezwycięzenie impasu może być kooperacja z naukami przyrodniczymi, do której wkładem ze strony filozofii byłoby stawianie pytań takich jak trzy powyższe.

Co z tego mogłoby wyniknąć? Przypuśćmy, że odpowiedź ze strony biologii będzie w każdym z trzech przypadków negatywna. Wtedy wypadnie zwrócić się z pytaniem do informatyki. Co by bowiem oznaczał wynik ze strony biologii negatywny? To, że wyjaśnienia nie należy szukać w czynniku fizycznym (hardware). A zatem należy go szukać w czynniku logicznym (software). To znaczy, starać się zrekonstruować program mózgowy zawierający instrukcje ugruntowane w pewniku abstrakcji. Skąd się taki program wziął w mózgu, to będzie następne pytanie mogące posunąć naprzód dociekania nad specyfiką gatunku ludzkiego. Ale żeby doń przystąpić, trzeba wprawdzie wiedzieć o istnieniu i treści takiego programu.

Tak oto z analizy komunikacji deiktycznej wykluwa się rozległy interdyscyplinarny projekt badawczy. Rzuca to światło na fakt, jak płodna może być dla rozwoju wiedzy pragmatyka języka.

**4.** W ostatnim punkcie tego szkicu pozostaje usprawiedliwić przejawione wyżej zafiksowanie (by tak rzec) na pewniku abstrakcji. Z kilku powodów zasługuje on na to, żeby być zaliczonym do fundamentalnych praw myślenia. Jednym z powodów jest opisany wyżej fakt, że u podstaw kształtowania się języka jest uszczegółowienie schematu abstrakcji oddane formułą PAD. Z punktu widzenia podjętej tu kwestii jest to powód naczelny. Ale są też inne ważne, które wypada wspomnieć dla wzmocnienia argumentacji o doniosłości tego pewnika dla rozwoju wiedzy.

Krótko wspomnę wątek dyskusji zapoczątkowanej komunikatem Gödla [1936] i artykułem Bólosa [1987] na temat roli logiki drugiego rzędu dla komputerowego dowodzenia twierdzeń, w której to dyskusji okazało się, że tym, co czyni logikę drugiego rzędu tak pilnie potrzebną jest fakt, że jej język umożliwia sformułowanie pewnika abstrakcji. Ten zaś pozwala tak skracać bardzo długie dowody, że stają się one praktycznie wykonalne dla maszyny.<sup>1</sup> Jest to wątek dla wielu filozofów może egzotyczny, ale doniosły dla dalszego biegu cywilizacji, w którym coraz większa będzie rola mechanicznego dowodzenia twierdzeń. Z tego względu zasługuje on tu na wzmiankę.

Bardziej swojski jest temat teorii mnogości w roli podstaw matematyki. Podstawy te są określone przez listę aksjomatów, np. Zermelo-Fraenkla (ZF). Jak zauważa Beth [1959, odc. 112], aksjomatyka ta zawiera się intuicyjnie w pewniku abstrakcji, a jeśli trzeba ją rozpisać na więcej aksjomatów, to dlatego że naiwne sformułowanie tego pewnika, oddane wyżej formułą PAS, prowadzi do antynomii (co nie powinno przeszkadzać, żeby się nim posługiwać w sposób heurystyczny, jak to się czyni w obecnym tekście).<sup>2</sup> Zostaje on więc osłabiony do postaci zwanej aksjomatem wyróżniania. Za to

<sup>1</sup> Zob. w spisie literatury dwie pozycje z udziałem Benzmüllera, [2001] i [2007] oraz Marciszewskiego [2006].

<sup>2</sup> W sformułowaniu Betha naiwny pewnik abstrakcji zawiera prócz myśli oddanej tu przez PAS ideę eksten-sjonalności oraz tę, że zbiory mogą być elementami zbiorów wyższego rzędu. Tego ostatniego punktu może nie

osłabienie dedukcyjne trzeba zapłacić rozszerzeniem aksjomatyki o nowe pozycje, m.in. aksjomaty pary, sumy, zbioru potęgowego, nieskończoności. Gdy jednak pozwolimy sobie na korzystanie z owej naiwnej postaci (PAS) pewnika abstrakcji, wymienione aksjomaty dadzą się łatwo zeń wyprowadzić (pokazuje to Beth, op.cit.).<sup>3</sup> Jest to świadectwo fundamentalnej dla myślenia matematycznego, i nie tylko, roli pewnika abstrakcji.

Mając ten wniosek na uwadze, wróćmy do pytań pod adresem biologów oraz informatyków. Teraz już wiemy, na czym koncentrować badania, żeby dotrzeć do tego, co najgłębiej różni gatunek ludzki od jego najbliższych braci w Darwinie. Jest to oprogramowanie maszyny mózgowej, w którym centralną rolę pełni pewnik abstrakcji. Rekonstrukcja tego programu to zadanie dla informatyków. Biologom zaś przyszłoby określić, jakie warunki dotyczące czynnika fizycznego (hardware) musiałyby być spełnione, żeby taki program mógł funkcjonować. Dlaczego nie ma takich warunków w mózgu szympansa, a są w mózgu człowieka?

Powstanie też grunt dla postawienia na nowo problemu poznania apriorycznego. Czy pewnik abstrakcji jest gdzieś zapisany w ludzkich zwojach mózgowych, podobnie jak – według Noama Chomsky'ego – zapisane są w nich reguły uniwersalnej gramatyki? Czy może są w mózgu jedynie warunki stwarzające możliwość takiego poznania? Podobnie, jak siatkówka i mózgowy ośrodek widzenia stwarzają warunki do tego, żeby poznać wzrokowo istnienie słońca, księżycy czy ziemi po której stąpamy. Wtedy wiedza o zbiorach byłaby, jak uważał Gödel, wynikiem doświadczenia intelektualnego pewnych obiektów istniejących poza umysłem, podobnie jak wiedza o istnieniu zewnętrznych względem nas obiektów fizycznych bierze się z doświadczenia zmysłowego.

Osobiście, idę o zakład, że rację ma Gödel. Na rozstrzygnięcie tego zakładu zapewno długo przyjdzie czekać, ale ufni w potęgę połączonych sił nauk, wierzymy, że będzie to udziałem któregoś z następnych pokoleń.

## Literatura cytowana

Benzmüller, Christoph and Kerber, Manfred. "A Challenge for Mechanized Deduction". 2001. [www.cs.bham.ac.uk/mmk/papers/01-IJCAR.html](http://www.cs.bham.ac.uk/mmk/papers/01-IJCAR.html).

Benzmueller Ch., Brown Ch. "The Curious Inference of Boolos in Mizar and OMEGA" in: *From Insight to Proof*, ed. Roman Matuszewski and Anna Zalewska, Series *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric*, vol. 23, Białystok 2007.

Beth, Evert W. *The Foundations of Mathematics*, North-Holland, Amsterdam 1959.

Boolos, George. A Curious Inference. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 16, 1-12, 1987.

Gödel, Kurt. Über die Länge von Beweisen. *Ergeb. Math. Kolloquiums*, vol. 7, 23-24, 1936.

Marciszewski, Witold. "The Gödelian Speed-up and Other Strategies to Address Decidability and Tractability" in: *Issues of Decidability and Tractability*, ed. Witold Marciszewski, Series *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric*, vol. 22, Białystok 2006.

Marciszewski, Witold. "Aksjomatyczne ujęcie teorii mnogości" w: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny z zastosowaniem do informatyki i lingwistyki* pod red. Witolda Marciszewskiego, PWN, Warszawa 1987.

Ryle, Gilbert. *The Concept of Mind*, Barnes & Noble, New York 1949. Przekład i Wstęp Witolda Marciszewskiego pt. *Czym jest umysł?*, PWN, Warszawa 1970.

Ryszkiewicz, Marcin. "La petite différence", *Wiedza i Życie*, listopad 2006.

---

należy w naszym potocznym myśleniu, lecz w tym myśleniu z pewnością zawierają się dwa poprzednie punkty, a te wystarczają jako *know how* do tworzenia języka.

<sup>3</sup> Omówienie aksjomatyki ZF wraz z uwagami historycznymi odnoszącymi się do wspomnianego ujęcia Beta daje Marciszewski [1987].